



Vorname:

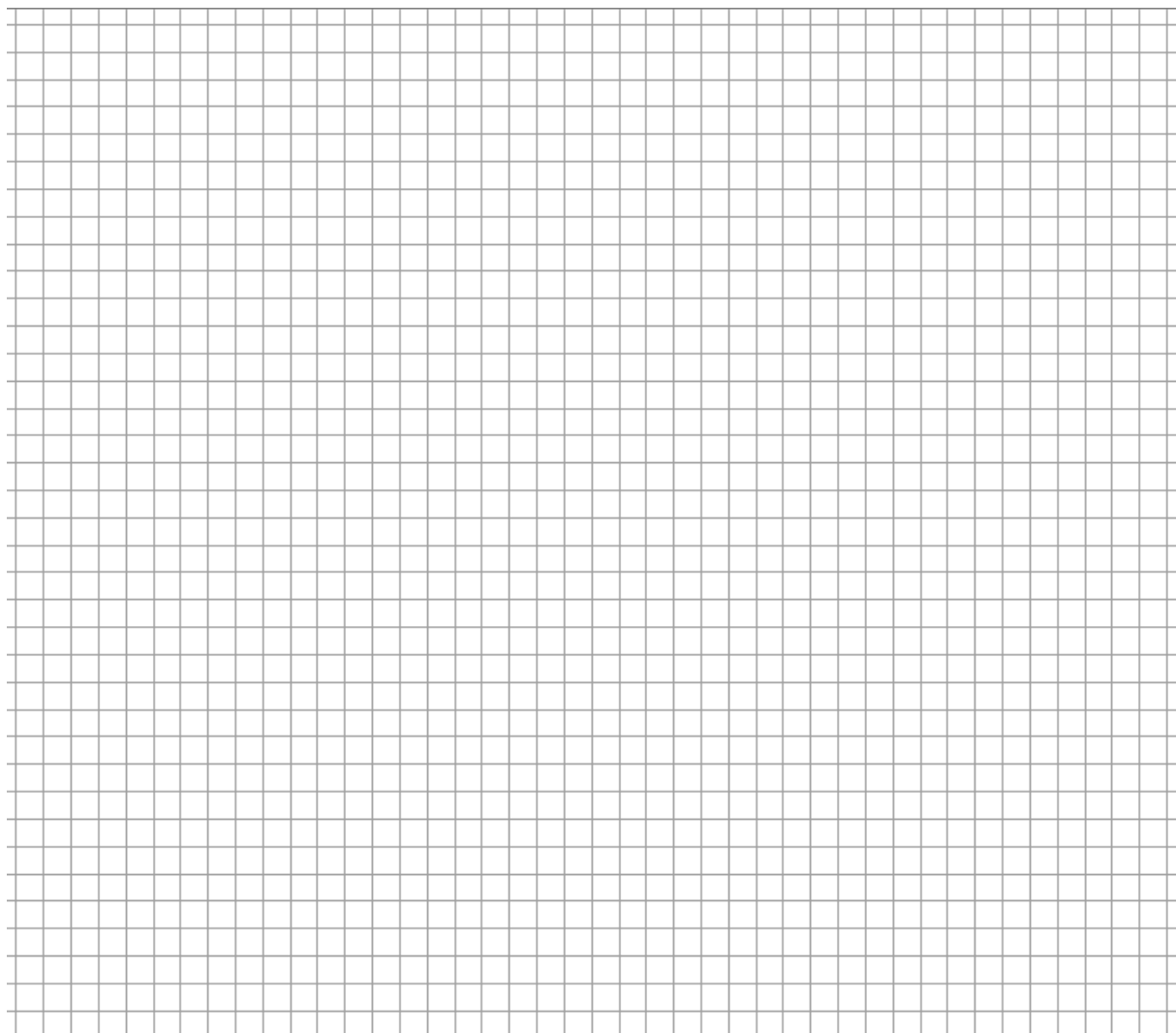
Name:

Prüfungsklasse:

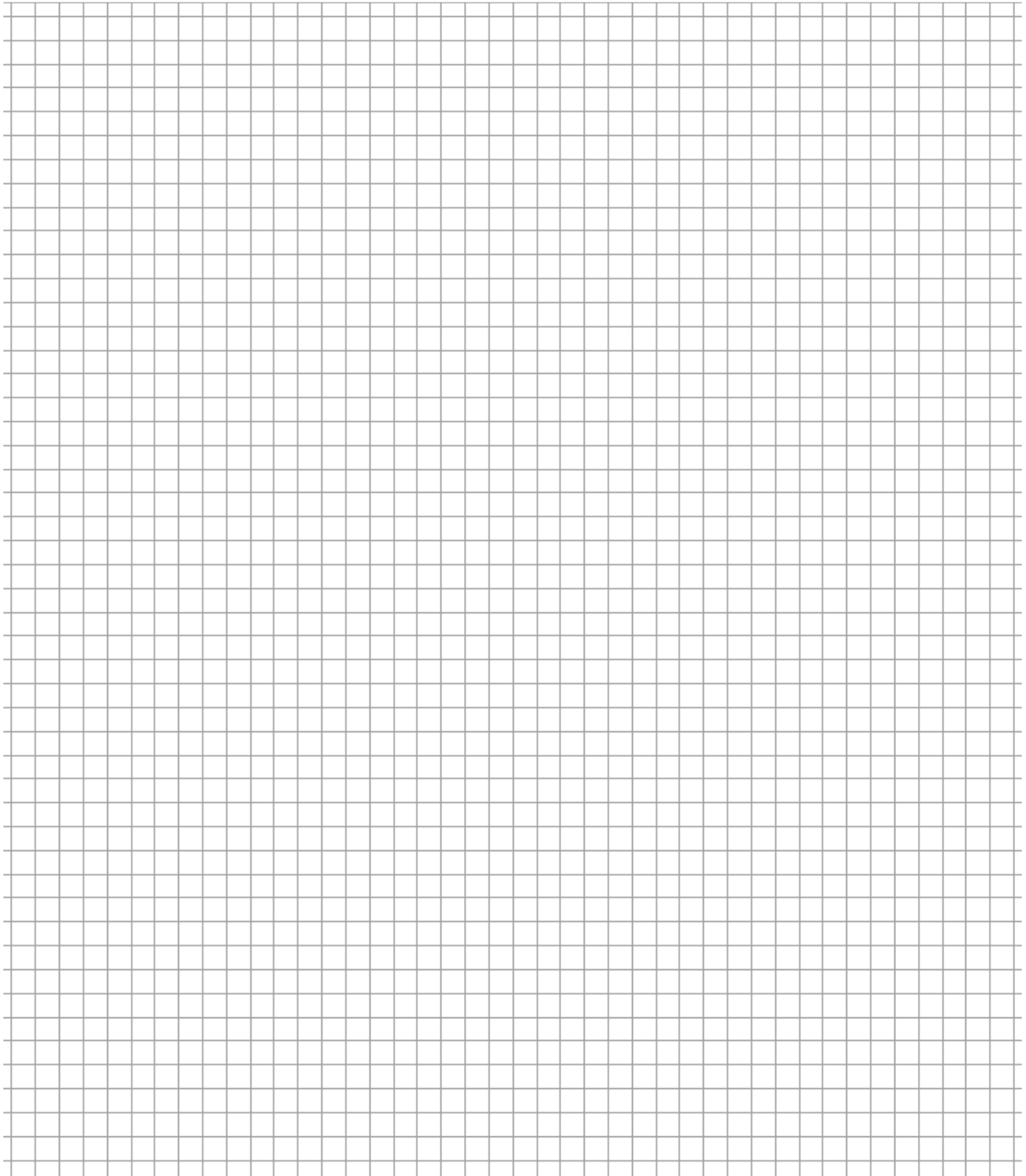
---

1. Löse die Gleichungen nach  $x$  auf und schreibe die Lösung als ganze Zahl oder als gekürzten Bruch:

a)  $x \cdot (x + 4) + 3 \cdot (x - 1) = (x - 3) \cdot (x + 7)$



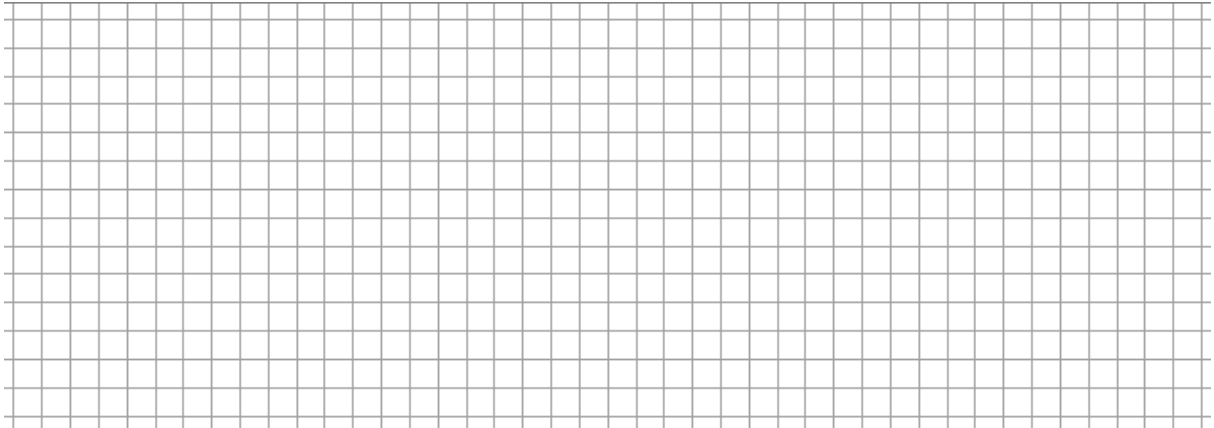
b)  $\frac{x-2}{12} - \frac{5-3x}{15} = \frac{5}{24}$



2. Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich.

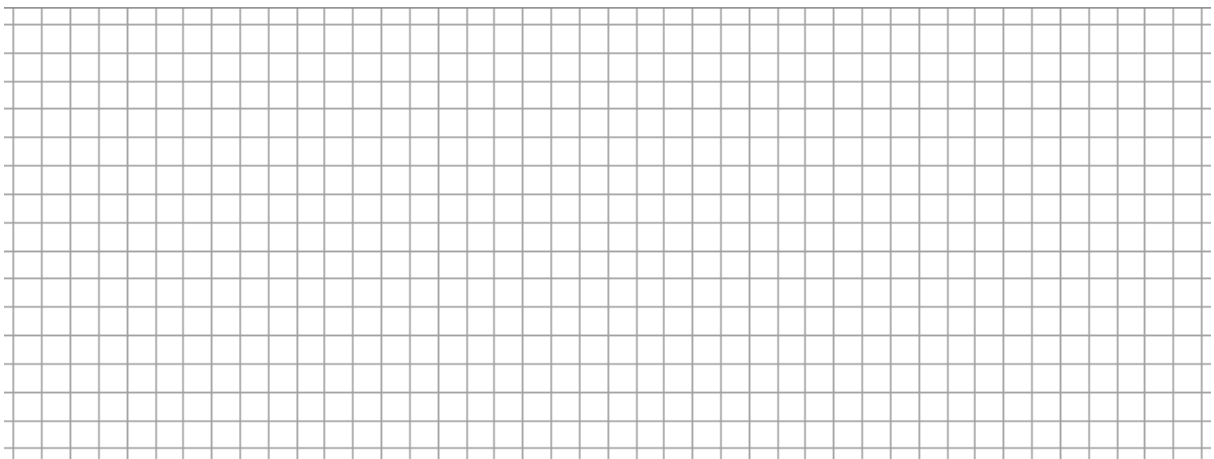
a) Schreibe das Ergebnis ohne Klammer:

$$(2m - 6)^2 - m(3 - m) + 3 \cdot m \cdot 9 =$$



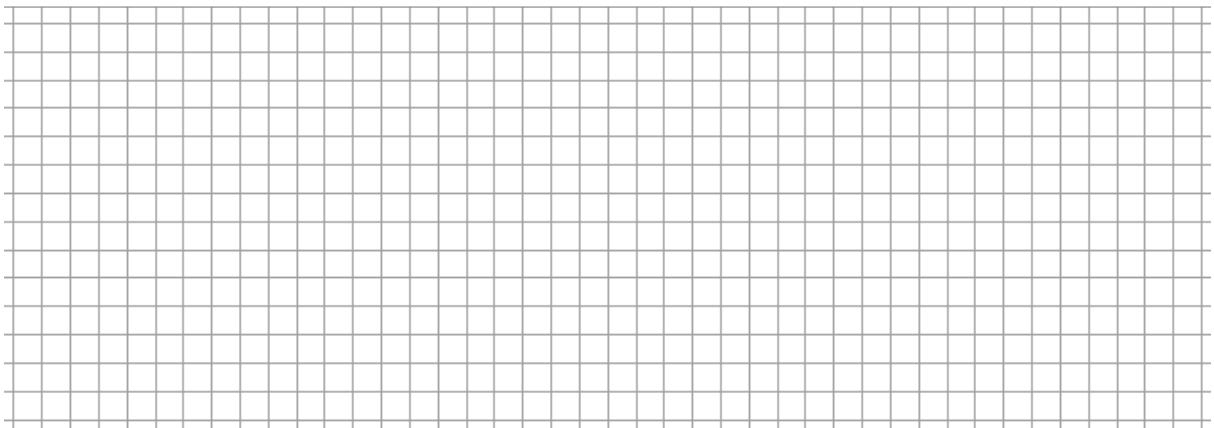
b) Kürze so weit wie möglich:

$$\frac{2w \cdot (9y^2 + 9y)}{12y \cdot (w + wy)} =$$

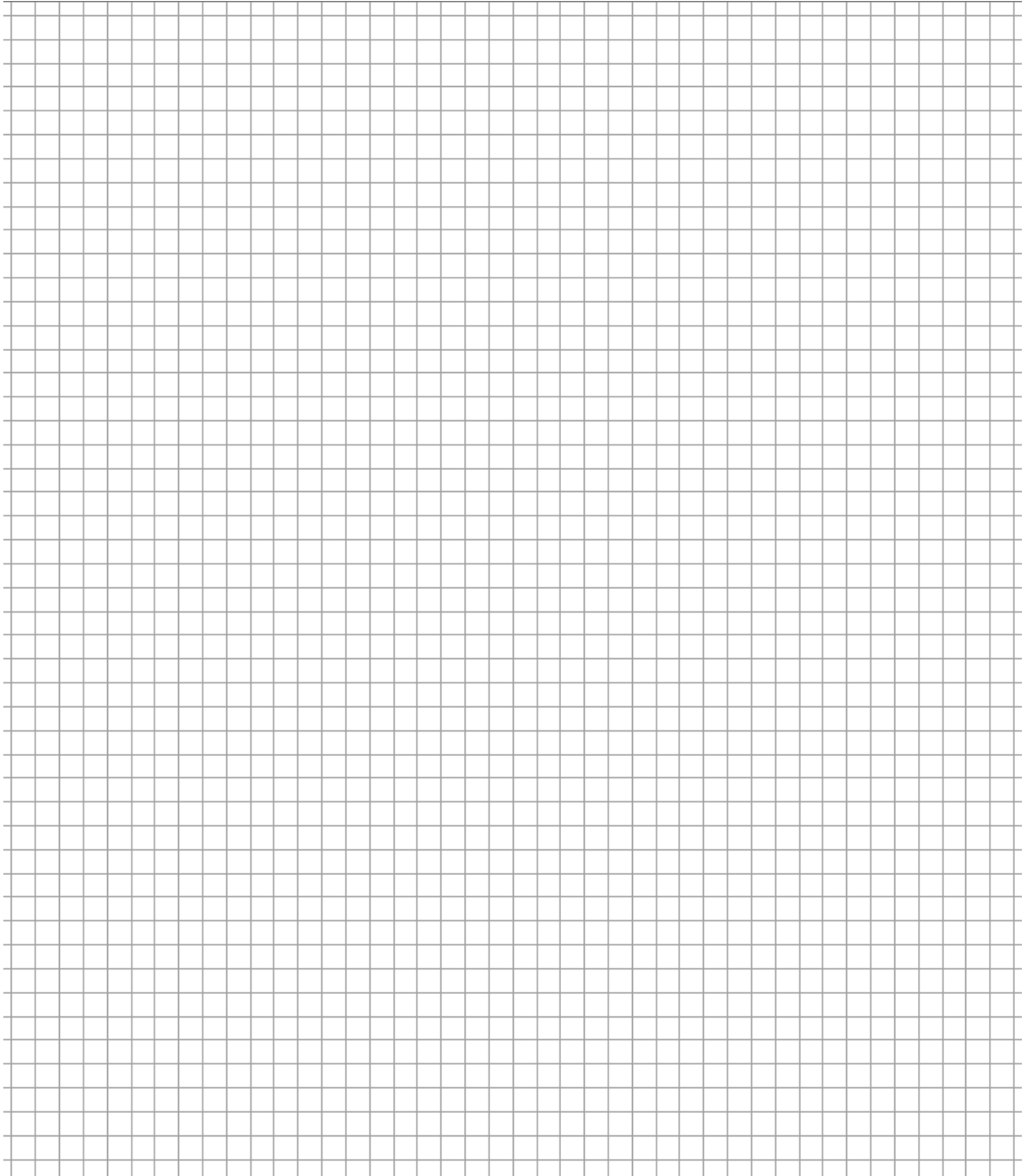


c) Fasse so weit wie möglich zusammen:

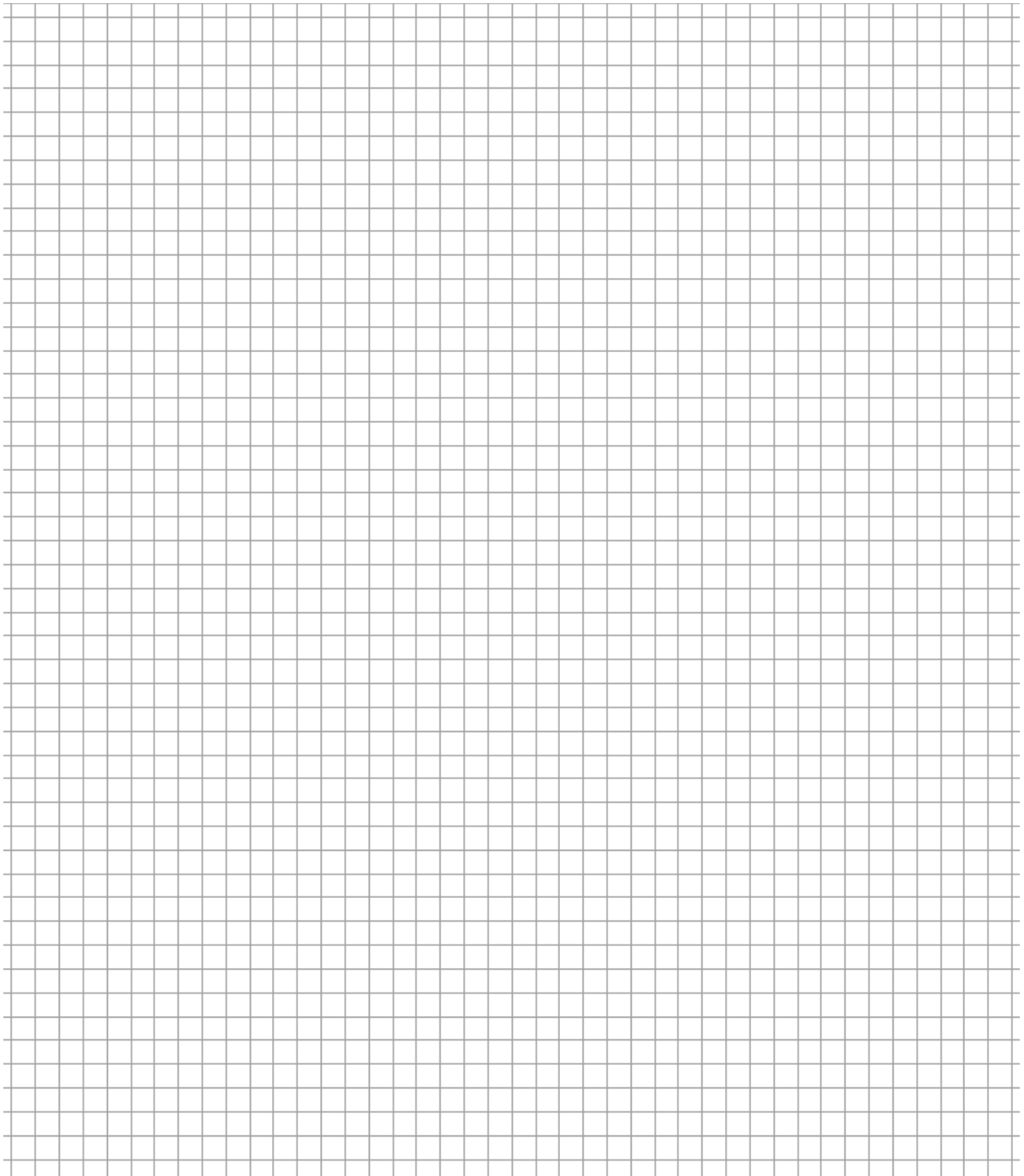
$$2q^{-7} \cdot (3q)^2 =$$



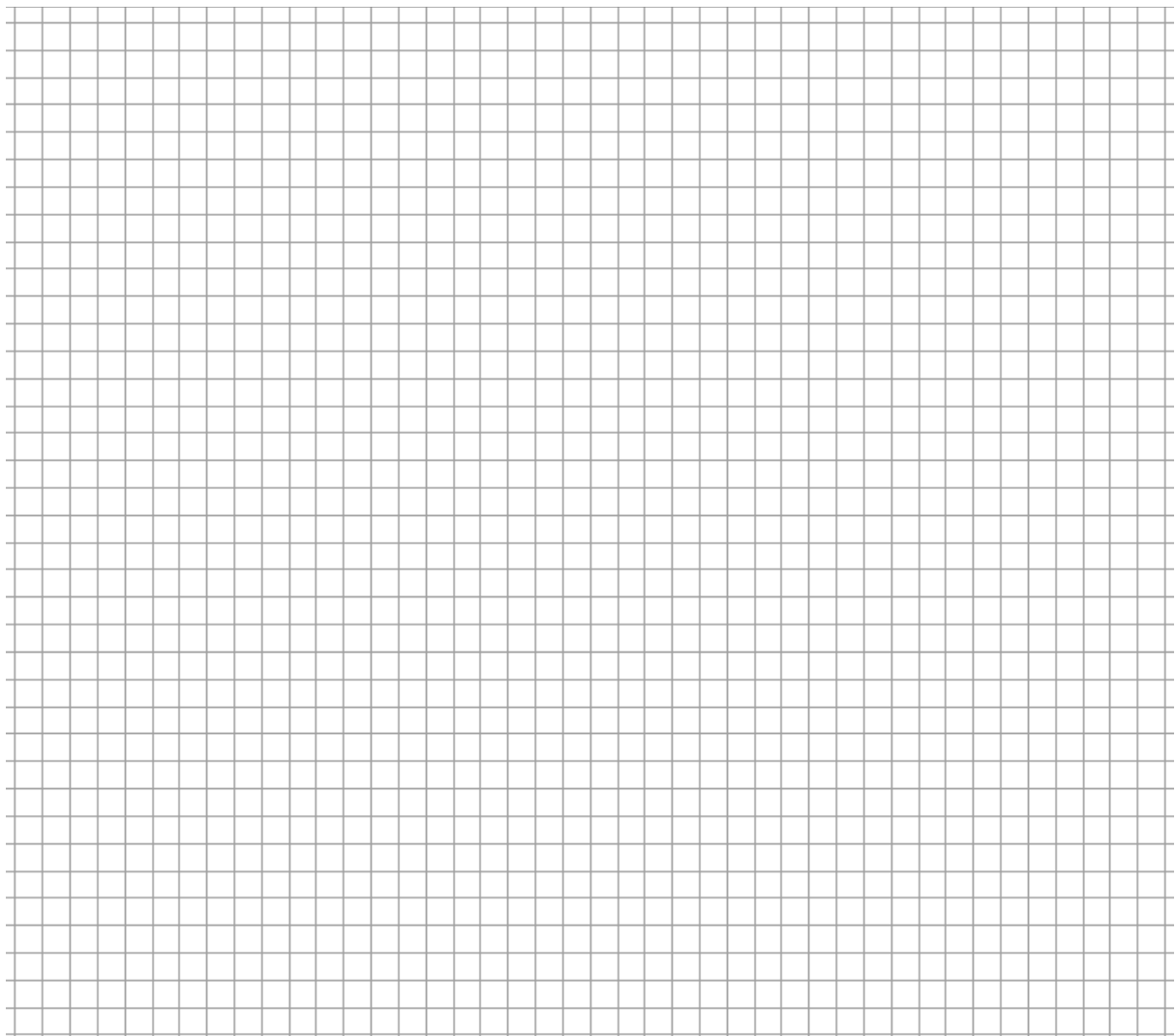
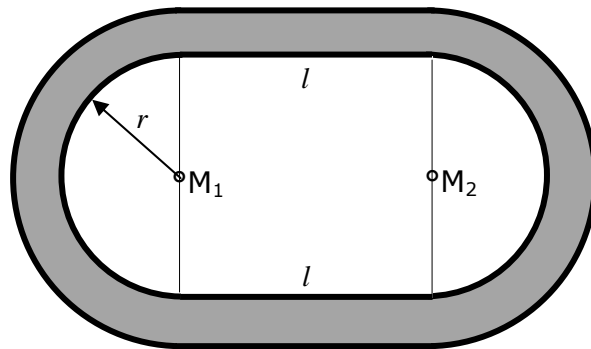
3. Von allen Einwohnern des Kantons Schaffhausen sprechen 91.6% eine der vier Landessprachen als Muttersprache. Es haben 67'053 Deutsch, 618 Französisch, 3'090 Personen Italienisch und niemand Rätoromanisch als Muttersprache.
- a) Wie viele Einwohner zählt demzufolge der Kanton Schaffhausen?
  - b) Wie viel Prozent aller Einwohner des Kantons haben Deutsch als Muttersprache?



4. Das Flachdach eines Hauses ist 18 m lang und 10 m breit. Im Winter liegt eine 30 cm hohe Schneeschicht auf dem Dach.
- a) Wie schwer (in kg) ist die Schneemenge, die auf dem Dach liegt, wenn 1 dm<sup>3</sup> Schnee 63 g wiegt?
- b) 1 kg Schnee ergibt beim Schmelzen ziemlich genau einen Liter Wasser.  
Wie lang (in dm) müsste ein Abflussrohr mit einem Durchmesser von 15 cm sein, damit sämtliches Schmelzwasser in diesem Rohr Platz hätte?



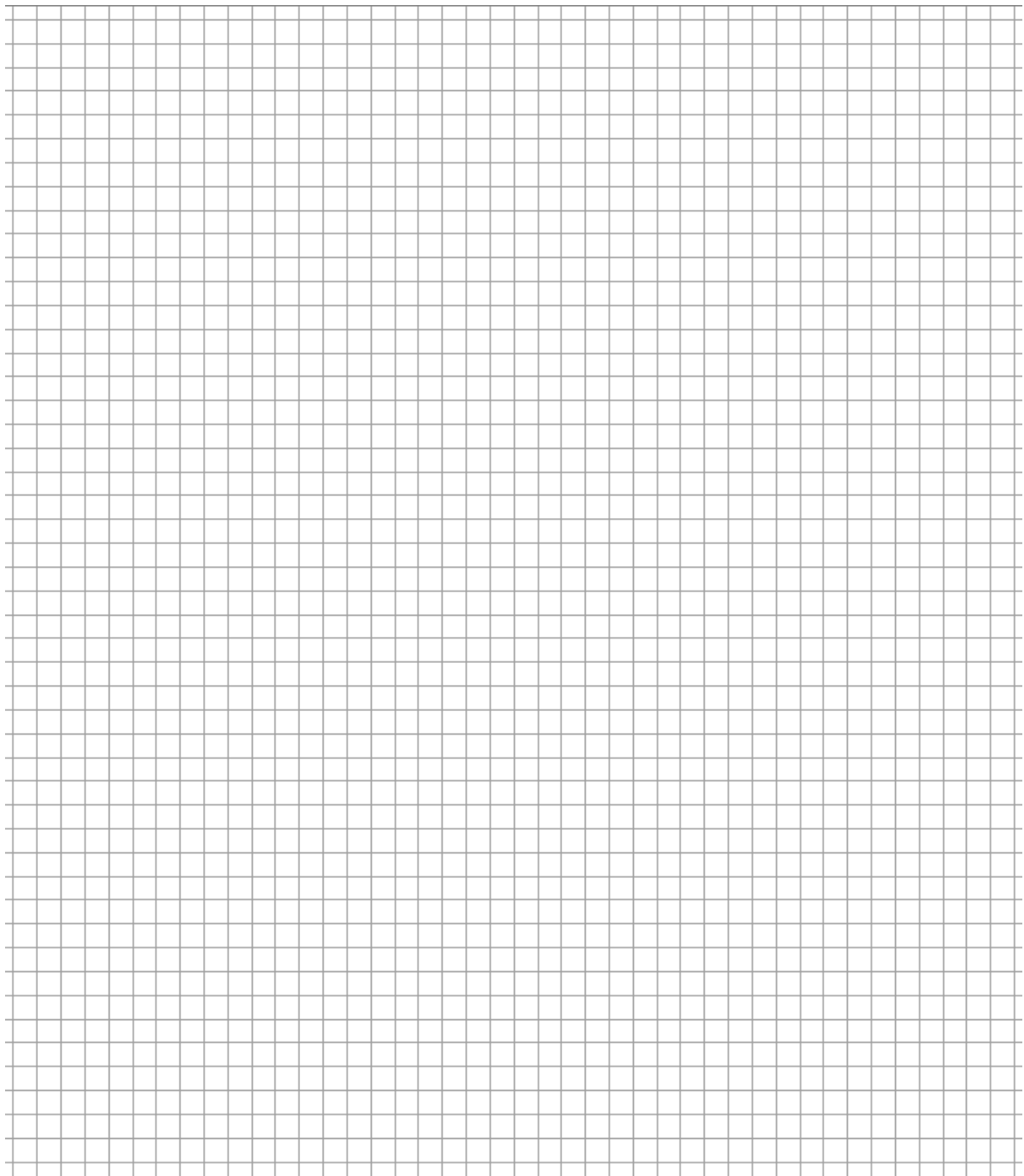
5. Die Kunststoffbahn eines Leichtathletikstadions wird innen durch zwei parallele Geradenstücke von der Länge  $l = 84.4$  m und zwei Halbkreise mit dem Radius  $r$  begrenzt. An der Innenseite beträgt der Umfang der Bahn exakt 400 m. Die Bahn ist 8 m breit.
- a) Wie gross ist der Radius  $r$ , wenn der innere Bahnumfang 400 m misst? (Ergebnis auf cm genau)
- b) Berechne die graue Fläche der Kunststoffbahn. (Ergebnis auf  $\text{m}^2$  genau)



6. Im letzten Dezember ging der neue Gotthardbasistunnel in Betrieb. Eine Fahrt durch den neuen 57.0 km langen Tunnel dauert 19 Minuten.  
Auf der alten 87.2 km langen Bergstrecke erreichen die Züge eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 96 km/h.

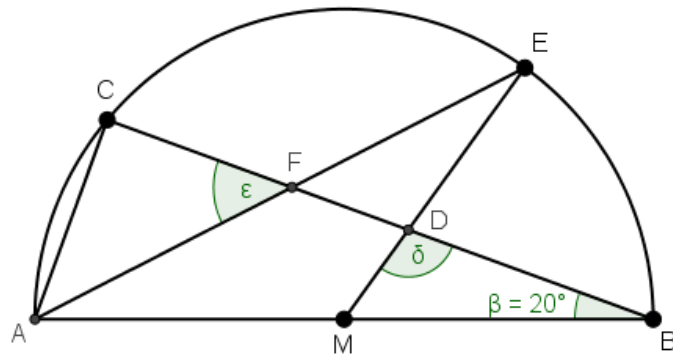
a) Wie gross ist die Durchschnittsgeschwindigkeit im neuen Basistunnel?  
(Ergebnis in km/h)

b) Wie viele Minuten ist eine Fahrt durch den neuen Basistunnel schneller, als eine Fahrt auf der alten Bergstrecke. (Ergebnis in Minuten mit einer Nachkommastelle)

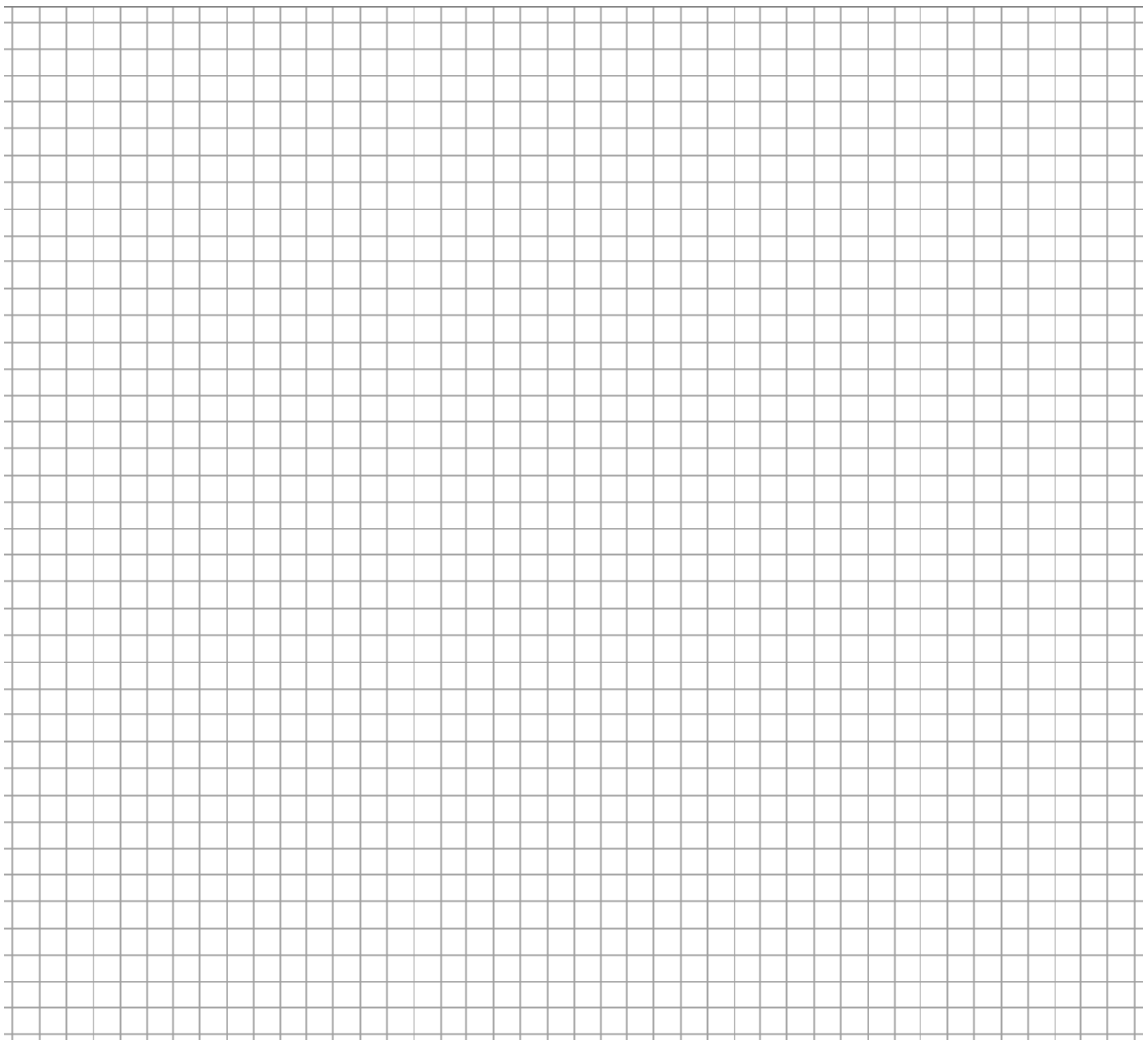




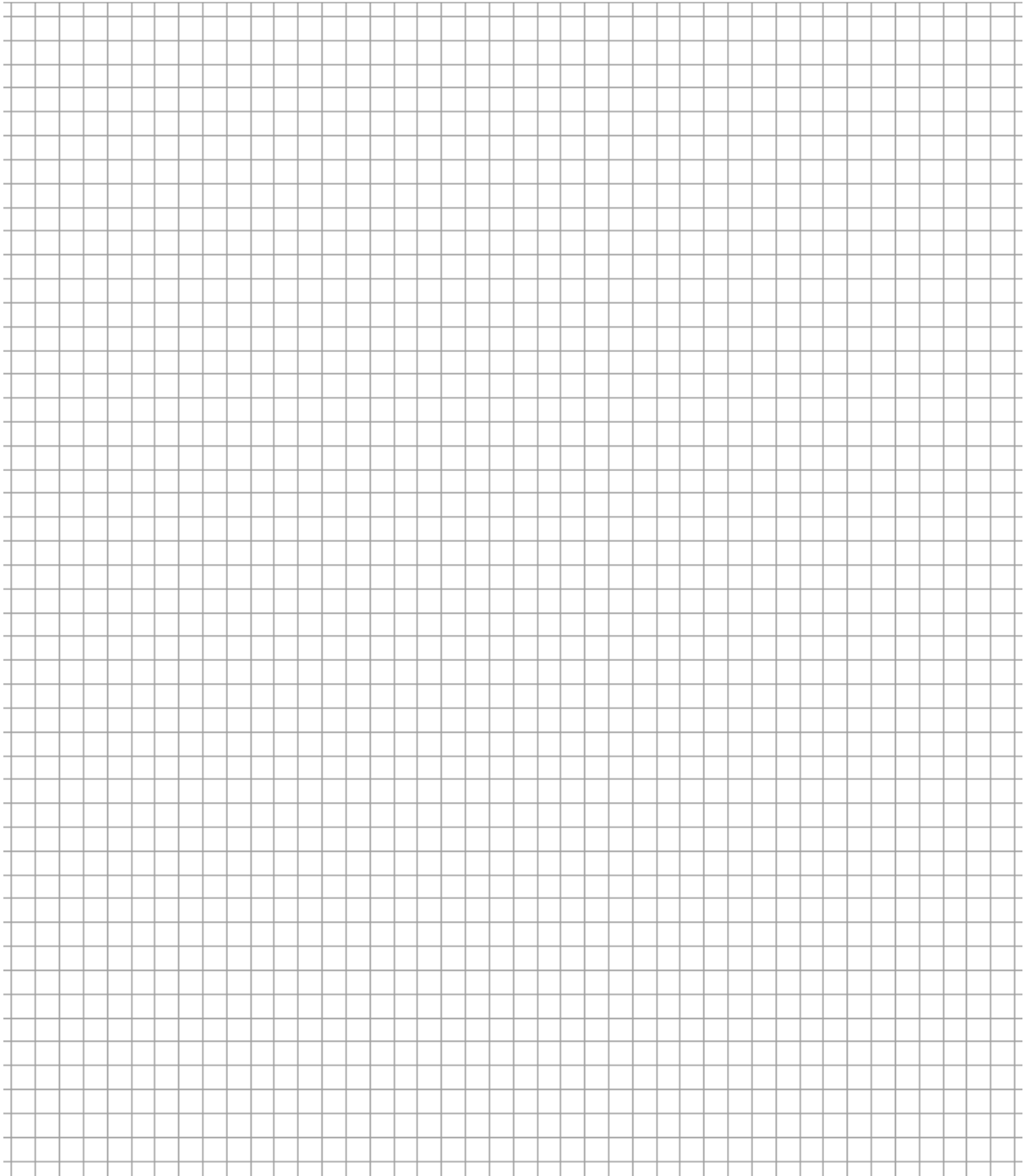
7. In der abgebildeten Figur ist  $M$  der Mittelpunkt eines Halbkreises. Der Durchmesser  $AB$  ist gleichzeitig eine Seite des Dreiecks  $ABC$  mit dem Winkel  $\beta = \sphericalangle ABC = 20^\circ$ . Der Punkt  $E$  befindet sich auf dem Halbkreisbogen.



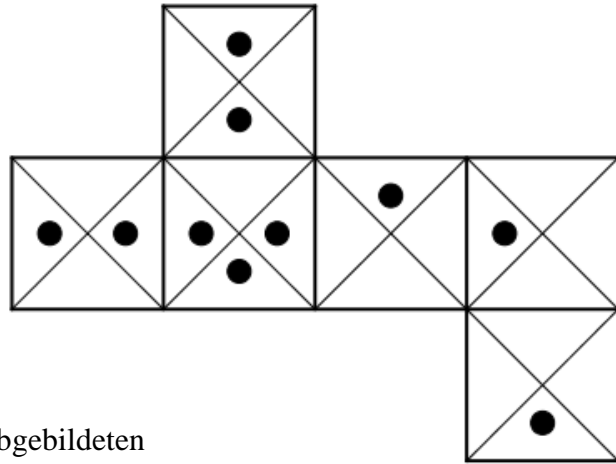
- a) Es ist  $\delta = \sphericalangle BDM = 112^\circ$ . Berechne den Winkel  $\epsilon = \sphericalangle AFC$ .
- b) Wie gross muss  $\delta$  sein, damit der Winkel  $\epsilon$  halb so gross wie  $\delta$  ist?



8. Zwei (teilweise) mit Reis gefüllte Säcke wiegen zusammen 32 kg.  
Füllt man einen Drittel des Reises vom ersten Sack in den zweiten Sack um, dann ist der zweite Sack 5 kg schwerer als der erste.  
Wie schwer waren die beiden Reissäcke vor dem Umfüllen?  
Stelle dazu eine passende Gleichung auf und löse sie.



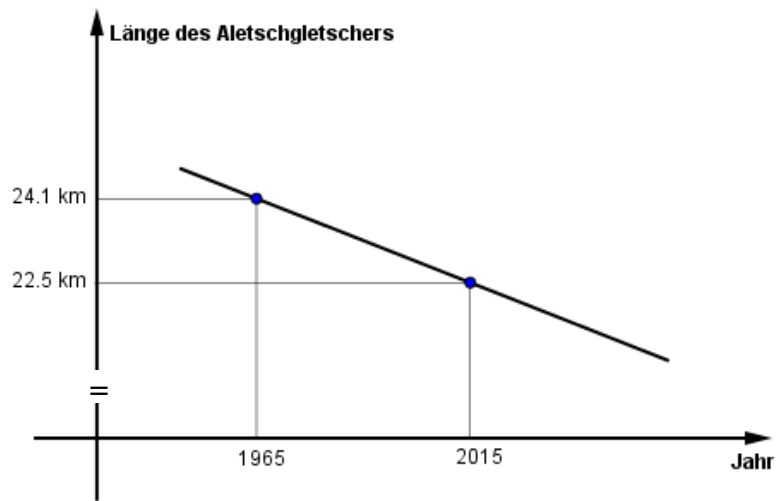
9. Neben an siehst du ein Würfelnetz.



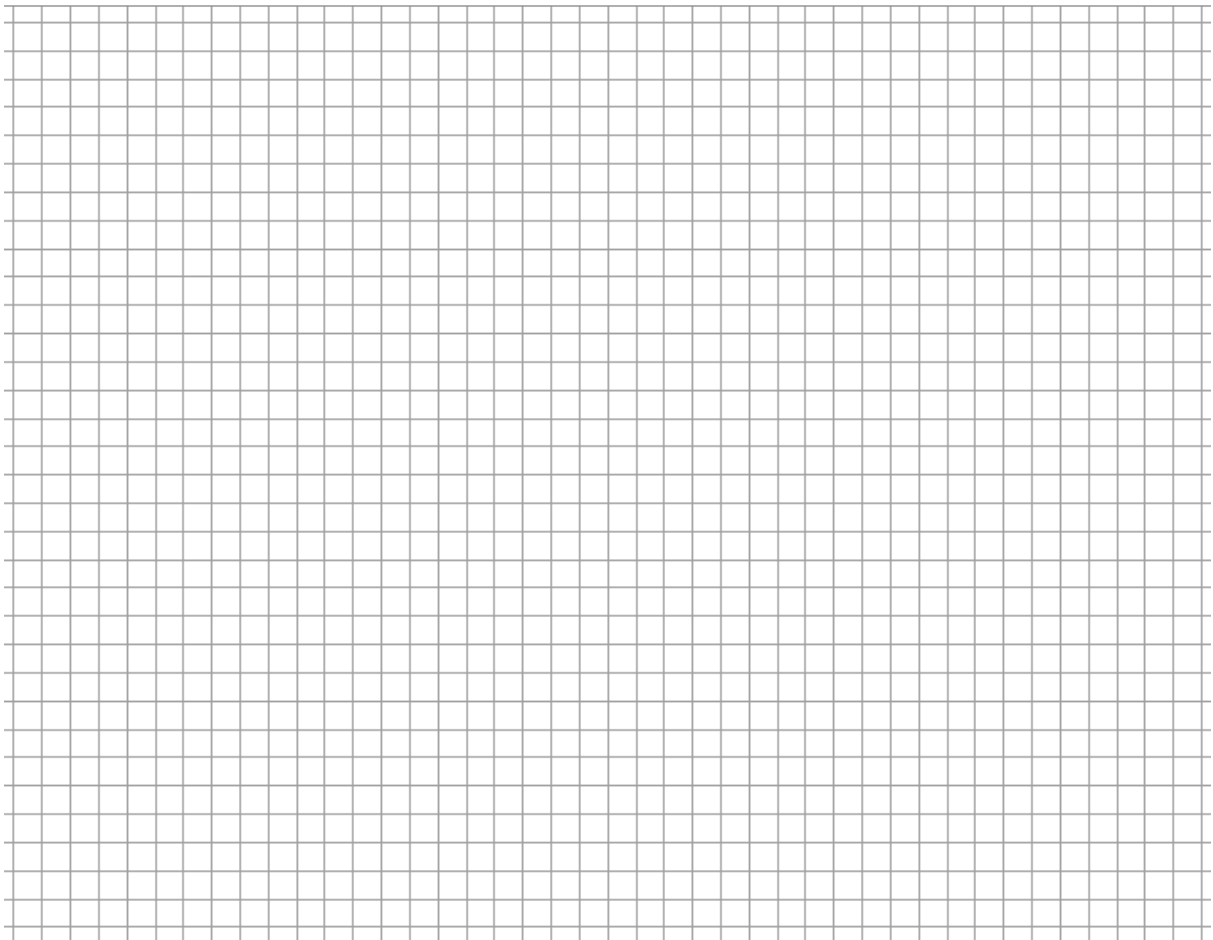
Entscheide, welche der sechs unten abgebildeten Würfelansichten a) – f) mit Hilfe dieses Würfelnetzes möglich sind und kreuze diese an.

<p>a)</p>	<p>b)</p>	<p>c)</p>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p>d)</p>	<p>e)</p>	<p>f)</p>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10. Aufgrund der Klimaerwärmung schmelzen die Gletscher und ziehen sich immer weiter zurück. Der grösste Schweizer Gletscher, der Aletschgletscher, hatte im Jahr 1965 noch eine Länge von 24.1 km, im Jahr 2015 betrug seine Länge nur noch 22.5 km. Wir nehmen an, dass die Längenabnahme linear erfolgt ist.



- a) Welche Steigung hat die Gerade, die diesen Sachverhalt veranschaulicht?  
b) Welche Länge des Gletschers wird bei gleichbleibender linearer Abnahme im Jahre 2050 erwartet?

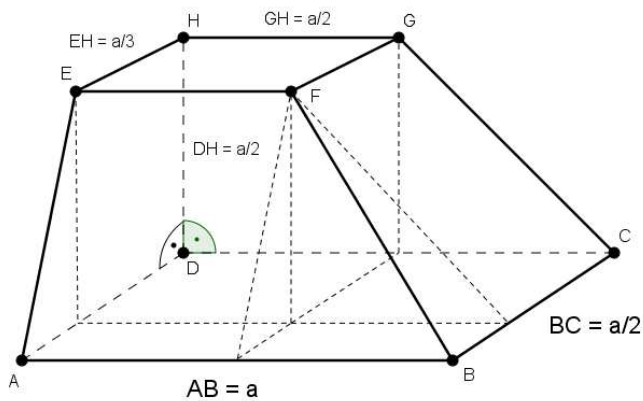


11. Charlie fliegt mit dem Flugzeug in die Ferien. Im Flugzeug hat es drei verschiedene Klassen: Die *First Class*, die *Business Class* und die *Economy Class*. Jeder Sitzplatz ist in einer der drei Klassen eingeteilt. 4% der Sitzplätze sind in der First Class, 22% gehören zur Business Class und 74% sind in der Economy Class. Charlie stellt aber fest, dass nicht alle Sitzplätze besetzt sind. In der First Class sind nur 50% der Plätze besetzt, in der Business Class 62.5% und in der Economy Class sind 75% der Sitzplätze belegt.

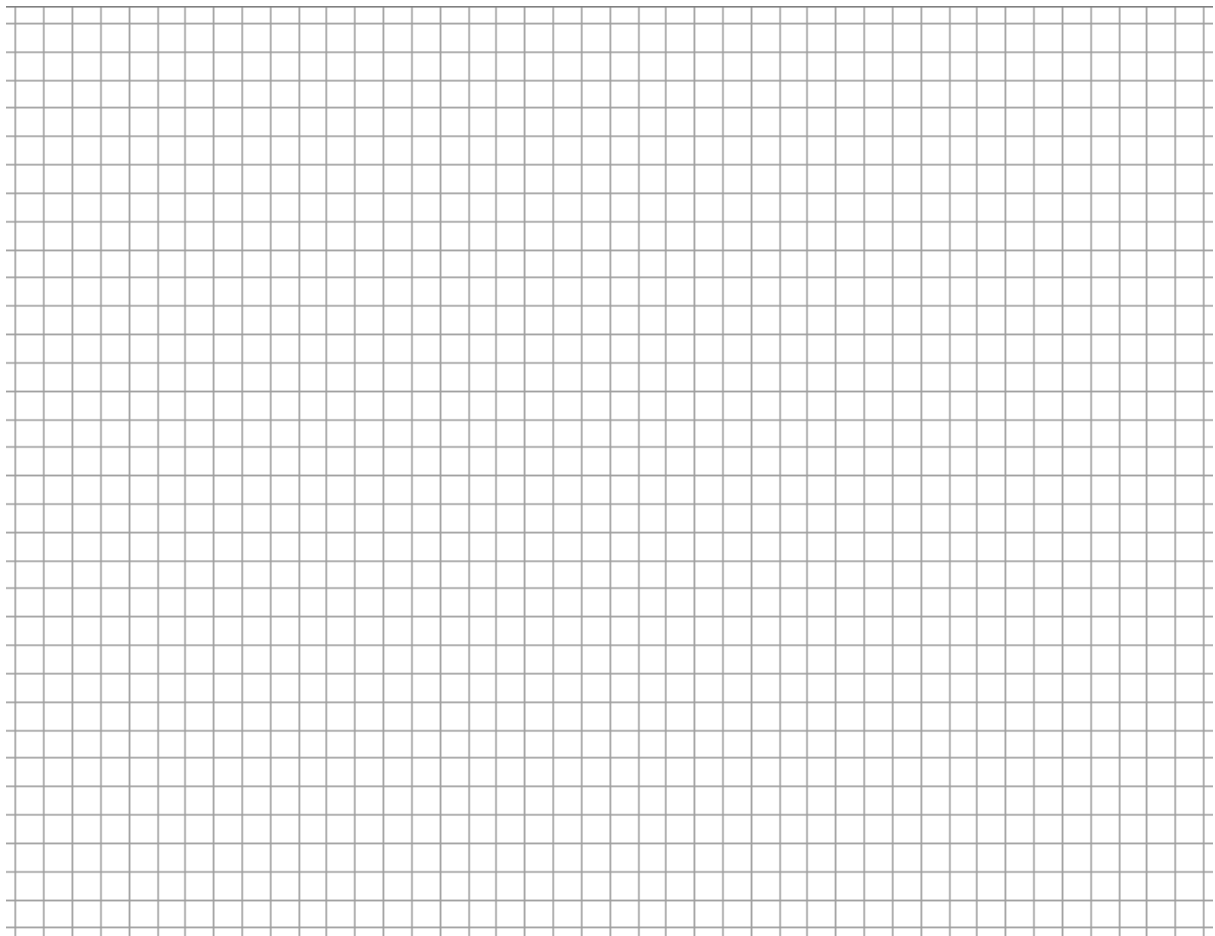
	First	Business	Economy
Sitzplätze im Flugzeug	4 %	22 %	74 %
davon sind besetzt	50 %	62.5 %	75 %

- a) Wie viel Prozent der Sitzplätze sind insgesamt besetzt?  
 b) Wie hoch müsste der Anteil besetzter Plätze in der Economy Class mindestens sein, damit der Anteil aller besetzten Sitzplätze im gesamten Flugzeug wenigstens 78% wäre?

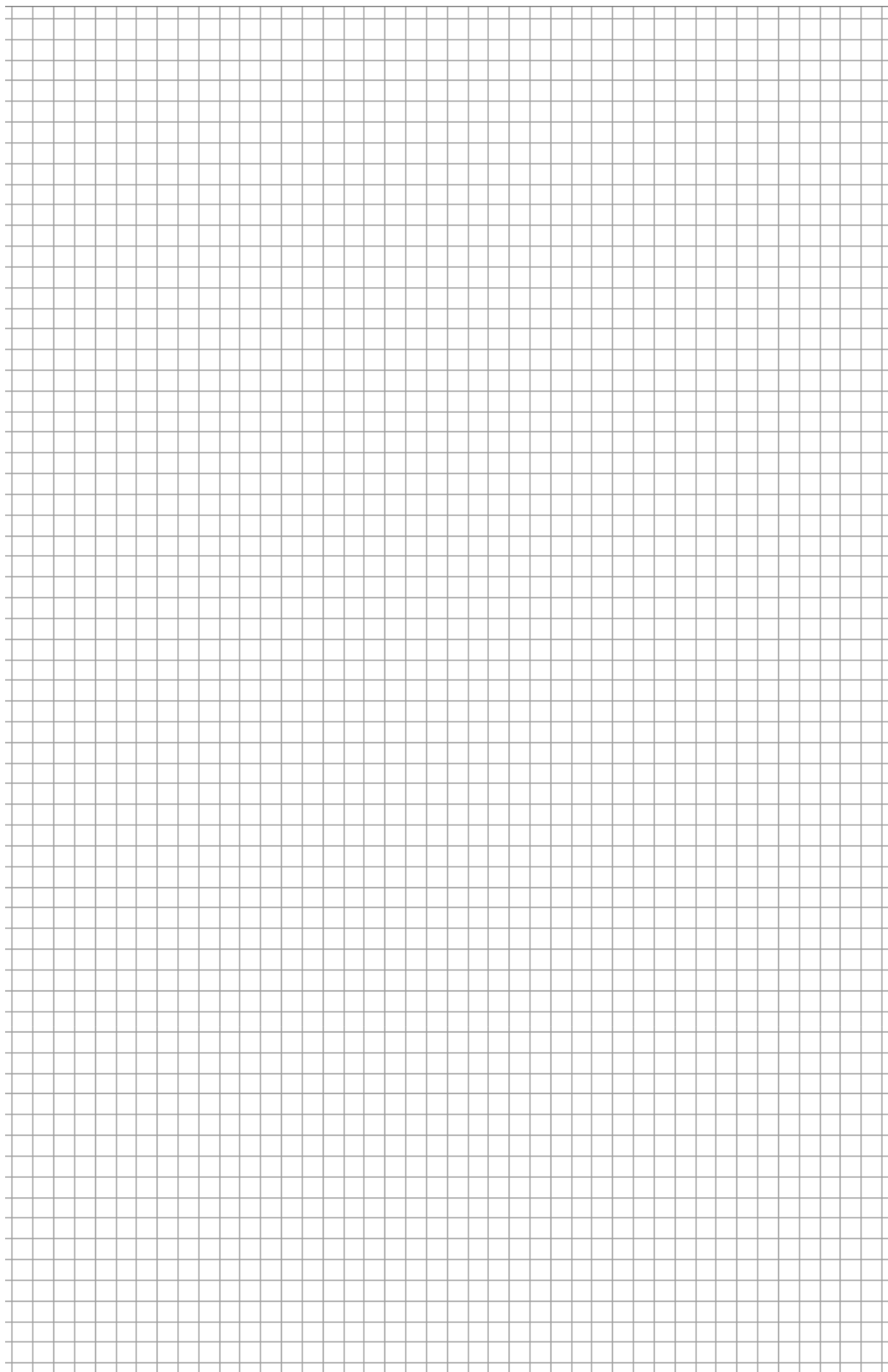
12. Beim dargestellten Körper  $ABCDEFGH$  ist die Grundfläche  $ABCD$  ein Rechteck mit den Längen  $AB = a$  und  $BC = \frac{a}{2}$ , die Deckfläche  $EFGH$  ist ein Rechteck mit  $GH = \frac{a}{2}$  und  $EH = \frac{a}{3}$ . Die Höhe des Körpers ist  $DH = \frac{a}{2}$ . Der Körper lässt sich in einen Quader, zwei Prismen und eine Pyramide zerlegen, deren Volumen sich einzeln berechnen lassen. Die Summe dieser vier Volumen ergibt das Volumen des gesamten Körpers.



- Führe die Volumenberechnung für  $a = 12$  cm aus.
- Gesucht ist eine (möglichst vereinfachte) allgemeine Formel, mit der man aus der Kantenlänge  $a$  das Volumen des Körpers  $ABCDEFGH$  berechnen kann.



Schaffhausen, 10. April 2017



Zeit: 2 Stunden

Rechner: TI30/TI34 oder vergleichbare.

Hinweis: Der Lösungsweg soll direkt auf das Aufgabenblatt geschrieben werden.

Er muss nachvollziehbar sein, ansonsten werden keine Teilpunkte vergeben.

<b>Aufgabe</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Punktzahl</b>	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

**Lösungen**



Vorname:

Name:

Prüfungsklasse:

---

1. Löse die Gleichungen nach  $x$  auf und schreibe die Lösung als ganze Zahl oder als gekürzten Bruch:

a)  $x \cdot (x + 4) + 3 \cdot (x - 1) = (x - 3) \cdot (x + 7)$

$$x^2 + 4x + 3x - 3 = x^2 + 7x - 3x - 21$$

$$7x - 3 = 4x - 21$$

$$3x = -18$$

$$\underline{x = -6}$$

$$\text{b) } \frac{x-2}{12} - \frac{5-3x}{15} = \frac{5}{24} \quad | \cdot 120$$

$$10 \cdot (x - 2) - 8 \cdot (5 - 3x) = 5 \cdot 5$$

$$10x - 20 - 40 + 24x = 25$$

$$34x = 85$$

$$2x = 5$$

$$\underline{x = \frac{5}{2} = 2.5}$$

2. Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) Schreibe das Ergebnis ohne Klammer:

$$\begin{aligned}(2m - 6)^2 - m(3 - m) + 3 \cdot m \cdot 9 &= \\ &= 4m^2 - 24m + 36 - 3m + m^2 + 27m \\ &= \underline{5m^2 + 36}\end{aligned}$$

b) Kürze so weit wie möglich:

$$\begin{aligned}\frac{2w \cdot (9y^2 + 9y)}{12y \cdot (w + wy)} &= \\ &= \frac{2w \cdot 9y \cdot (y + 1)}{12y \cdot w \cdot (1 + y)} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}\end{aligned}$$

c) Fasse so weit wie möglich zusammen:

$$\begin{aligned}2q^{-7} \cdot (3q)^2 &= \\ 2q^{-7} \cdot 9q^2 &= 18q^{-7+2} = \underline{18q^{-5}} = \underline{\underline{\frac{18}{q^5}}}\end{aligned}$$

3. Von allen Einwohnern des Kantons Schaffhausen sprechen 91.6% eine der vier Landessprachen als Muttersprache. Es haben 67'053 Deutsch, 618 Französisch, 3'090 Personen Italienisch und niemand Rätoromanisch als Muttersprache.
- a) Wie viele Einwohner zählt demzufolge der Kanton Schaffhausen?
  - b) Wie viel Prozent aller Einwohner des Kantons haben Deutsch als Muttersprache?

a)  $67'053 + 618 + 3'090 = 70'761$  Personen sind 91.6% der Einwohner

$$\frac{70'761 \cdot 100}{91.6} = \underline{77'250} \text{ Einwohner hat der Kanton SH.}$$

$$\text{b) } \frac{67'053 \cdot 100}{77'250} = \underline{86.8 \%} \text{ haben Deutsch als Muttersprache}$$

4. Das Flachdach eines Hauses ist 18 m lang und 10 m breit. Im Winter liegt eine 30 cm hohe Schneeschicht auf dem Dach.

a) Wie schwer (in kg) ist die Schneemenge, die auf dem Dach liegt, wenn 1 dm<sup>3</sup> Schnee 63 g wiegt?

b) 1 kg Schnee ergibt beim Schmelzen ziemlich genau einen Liter Wasser.  
Wie lang (in dm) müsste ein Abflussrohr mit einem Durchmesser von 15 cm sein, damit sämtliches Schmelzwasser in diesem Rohr Platz hätte?

a)  $180 \text{ dm} \times 100 \text{ dm} \times 3 \text{ dm} = 54000 \text{ dm}^3$

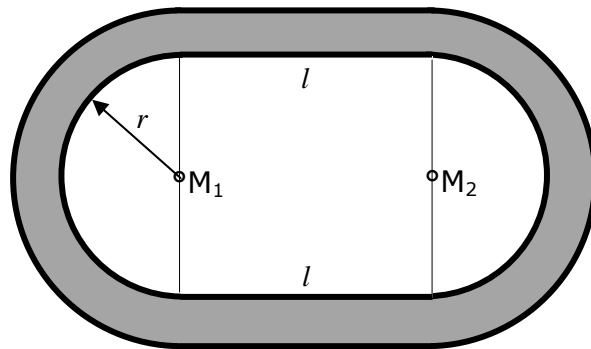
$$54000 \text{ dm}^3 \cdot 63 \text{ g/dm}^3 = 3'402'000 \text{ g} = \underline{3'402 \text{ kg}}$$

b)  $3'402 \text{ Liter} = 3'402 \text{ dm}^3 \text{ Wasser}$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot l = \pi \cdot 0.75^2 \cdot l = 3402 \text{ dm}^3$$

$$l = \frac{3402}{\pi \cdot 0.75^2} = \underline{1925 \text{ dm}}$$

5. Die Kunststoffbahn eines Leichtathletikstadions wird innen durch zwei parallele Geradenstücke von der Länge  $l = 84.4$  m und zwei Halbkreise mit dem Radius  $r$  begrenzt. An der Innenseite beträgt der Umfang der Bahn exakt 400 m. Die Bahn ist 8 m breit.
- a) Wie gross ist der Radius  $r$ , wenn der innere Bahnumfang 400 m misst? (Ergebnis auf cm genau)
- b) Berechne die graue Fläche der Kunststoffbahn. (Ergebnis auf  $m^2$  genau)



a) Kreisumfang +  $2l = 400$  m

$$\text{Kreisumfang} = 400 - 2l = 400 - 2 \cdot 84.4 = 231.2 \text{ m}$$

$$\text{Kreisumfang} = 2\pi \cdot r = 231.2 \text{ m}$$

$$r = \frac{231.2}{2\pi} = \underline{36.80 \text{ m}}$$

b) Äusserer Radius  $R = r + 8 = 44.80$  m

$$\text{Kreisring} \quad \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 44.80^2 - \pi \cdot 36.80^2$$

$$= 6305.30 \text{ m}^2 - 4254.47 \text{ m}^2 = 2050.83 \text{ m}^2$$

$$\text{Rechtecke} \quad 2 \cdot 84.4 \cdot 8 = 1350.4 \text{ m}^2$$

$$\text{Total Fläche} = 2050.83 \text{ m}^2 + 1350.4 \text{ m}^2 = \underline{3401 \text{ m}^2}$$

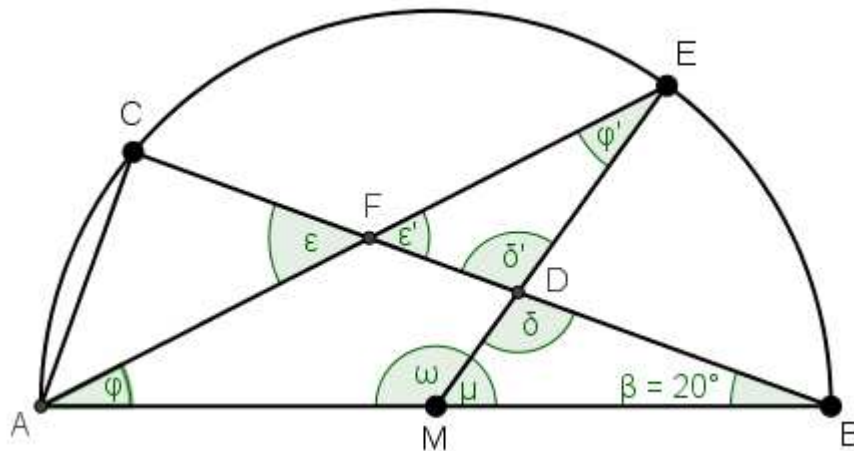
6. Im letzten Dezember ging der neue Gotthardbasistunnel in Betrieb. Eine Fahrt durch den neuen 57.0 km langen Tunnel dauert 19 Minuten.  
Auf der alten 87.2 km langen Bergstrecke erreichen die Züge eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 96 km/h.
- a) Wie gross ist die Durchschnittsgeschwindigkeit im neuen Basistunnel?  
(Ergebnis in km/h)
- b) Wie viele Minuten ist eine Fahrt durch den neuen Basistunnel schneller, als eine Fahrt auf der alten Bergstrecke. (Ergebnis in Minuten mit einer Nachkommastelle)

a)  $v = \frac{s}{t} = \frac{57 \text{ km}}{19 \text{ min}} = 3 \text{ km/min} = \underline{180 \text{ km/h}}$

b)  $t = \frac{s}{v} = \frac{87.2 \text{ km}}{96 \text{ km/h}} = 0.90833 \text{ h} = 54.5 \text{ min}$

Die Fahrt ist  $54.5 - 19 = \underline{35.5 \text{ Minuten}}$  schneller

7. In der abgebildeten Figur ist  $M$  der Mittelpunkt eines Halbkreises. Der Durchmesser  $AB$  ist gleichzeitig eine Seite des Dreiecks  $ABC$  mit dem Winkel  $\beta = \sphericalangle ABC = 20^\circ$ . Der Punkt  $E$  befindet sich auf dem Halbkreisbogen.



- a) Es ist  $\delta = \sphericalangle BDM = 112^\circ$ . Berechne den Winkel  $\varepsilon = \sphericalangle AFC$ .
- b) Wie gross muss  $\delta$  sein, damit der Winkel  $\varepsilon$  halb so gross wie  $\delta$  ist?
- a)  $\mu = 180^\circ - \delta - 20^\circ = 160^\circ - 112^\circ = 48^\circ$   
 $\omega = 180^\circ - \mu = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$   
 $\varphi = \varphi' = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - \omega) = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - 132^\circ) = 24^\circ$   
 $\varepsilon = \varepsilon' = 180^\circ - \varphi' - \delta' = 180^\circ - 24^\circ - 112^\circ = \underline{44^\circ}$
- b)  $\mu = 180^\circ - \delta - 20^\circ = 160^\circ - \delta$   
 $\omega = 180^\circ - \mu = 180^\circ - (160^\circ - \delta) = 20^\circ + \delta$   
 $\varphi = \varphi' = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - \omega) = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - (20^\circ + \delta)) = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - 20^\circ - \delta)$   
 $\quad = \frac{1}{2} \cdot (160^\circ - \delta) = 80^\circ - \frac{1}{2}\delta$   
 $\varepsilon = \varepsilon' = 180^\circ - \varphi' - \delta' = 180^\circ - (80^\circ - \frac{1}{2}\delta) - \delta$   
 $\quad = 180^\circ - 80^\circ + \frac{1}{2}\delta - \delta = 100^\circ - \frac{1}{2}\delta$   
 $2\varepsilon = \delta \Rightarrow 2 \cdot (100^\circ - \frac{1}{2}\delta) = \delta$   
 $\quad 200^\circ - \delta = \delta$   
 $\quad \underline{100^\circ = \delta}$



8. Zwei (teilweise) mit Reis gefüllte Säcke wiegen zusammen 32 kg.  
Füllt man einen Drittel des Reises vom ersten Sack in den zweiten Sack um, dann ist der zweite Sack 5 kg schwerer als der erste.  
Wie schwer waren die beiden Reissäcke vor dem Umfüllen?  
Stelle dazu eine passende Gleichung auf und löse sie.

Der erste Reissack ist zuerst  $x$  kg schwer

... der zweite Sack ist  $(32-x)$  kg schwer

Nach dem Umfüllen ist ...

... der erste Reissack  $\frac{2}{3} \cdot x$  kg schwer,

... der zweite Sack ist  $(32-x) + \frac{1}{3} \cdot x$  kg schwer

Gleichung  $\frac{2}{3} \cdot x + 5 = (32-x) + \frac{1}{3} \cdot x$

$$\frac{2}{3} \cdot x + 5 = 32 - \frac{2}{3} \cdot x$$

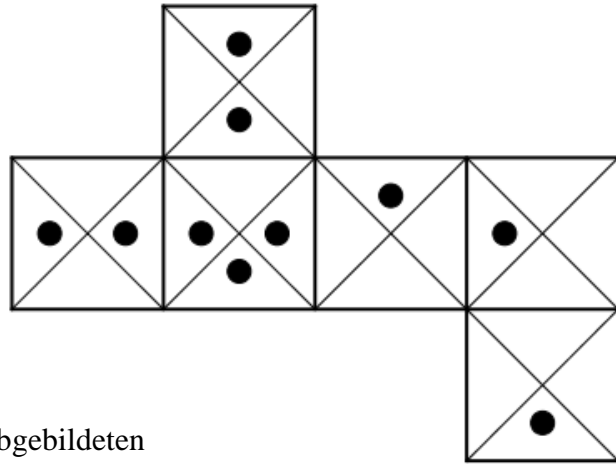
$$\frac{4}{3} \cdot x = 27$$

$$4x = 81$$

$$x = 20.25 \text{ kg}$$

Der erste Sack wog zuerst 20.25 kg, der zweite Sack 11.75 kg.

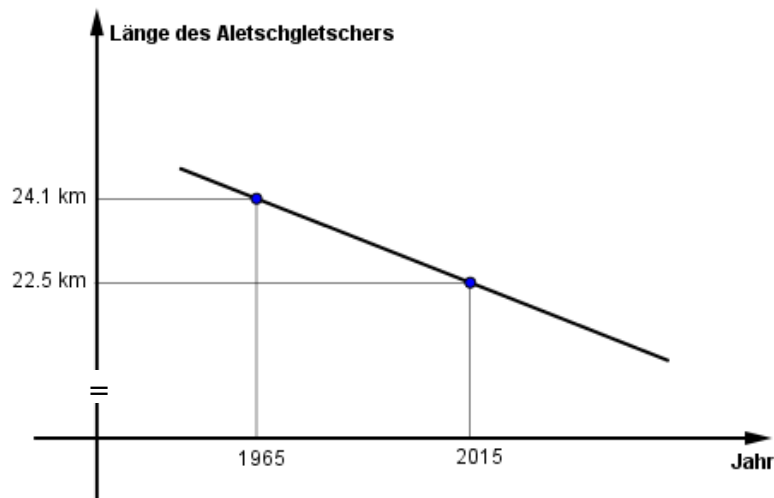
9. Nebenansicht du ein Würfelnetz.



Entscheide, welche der sechs unten abgebildeten Würfelansichten a) – f) mit Hilfe dieses Würfelnetzes möglich sind und kreuze diese an.

<p>a)</p>	<p>b)</p>	<p>c)</p>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p>d)</p>	<p>e)</p>	<p>f)</p>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

10. Aufgrund der Klimaerwärmung schmelzen die Gletscher und ziehen sich immer weiter zurück. Der grösste Schweizer Gletscher, der Aletschgletscher, hatte im Jahr 1965 noch eine Länge von 24.1 km, im Jahr 2015 betrug seine Länge nur noch 22.5 km. Wir nehmen an, dass die Längenabnahme linear erfolgt ist.



- a) Welche Steigung hat die Gerade, die diesen Sachverhalt veranschaulicht?  
 b) Welche Länge des Gletschers wird bei gleichbleibender linearer Abnahme im Jahre 2050 erwartet?

a)  $24.1 \text{ km} - 22.5 \text{ km} = 1.6 \text{ km}$  weniger in 50 Jahren

$$\text{Steigung } \frac{-1.6}{50} = -0.032$$

b) 1.6 km weniger in 50 Jahren

0.16 km weniger in 5 Jahren

1.12 km weniger in 35 Jahren

d.h. 1.12 km weniger als 2015

Im Jahr 2050 ist die Länge  $22.5 - 1.12 = 21.38 \text{ km}$  zu erwarten.

11. Charlie fliegt mit dem Flugzeug in die Ferien. Im Flugzeug hat es drei verschiedene Klassen: Die *First Class*, die *Business Class* und die *Economy Class*. Jeder Sitzplatz ist in einer der drei Klassen eingeteilt. 4% der Sitzplätze sind in der First Class, 22% gehören zur Business Class und 74% sind in der Economy Class. Charlie stellt aber fest, dass nicht alle Sitzplätze besetzt sind. In der First Class sind nur 50% der Plätze besetzt, in der Business Class 62.5% und in der Economy Class sind 75% der Sitzplätze belegt.

	First	Business	Economy
Sitzplätze im Flugzeug	4 %	22 %	74 %
davon sind besetzt	50 %	62.5 %	75 %

- a) Wie viel Prozent der Sitzplätze sind insgesamt besetzt?  
 b) Wie hoch müsste der Anteil besetzter Plätze in der Economy Class mindestens sein, damit der Anteil aller besetzten Sitzplätze im gesamten Flugzeug wenigstens 78% wäre?

a) First:  $0.5 \cdot 4\% = 2\%$

Business  $0.625 \cdot 22\% = 13.75\%$

Economy  $0.75 \cdot 74\% = 55.5\%$

Insgesamt sind  $2\% + 13.75\% + 55.5\% = \underline{71.25\%}$  der Plätze belegt.

b) First:  $0.5 \cdot 4\% = 2\%$

Business  $0.625 \cdot 22\% = 13.75\%$

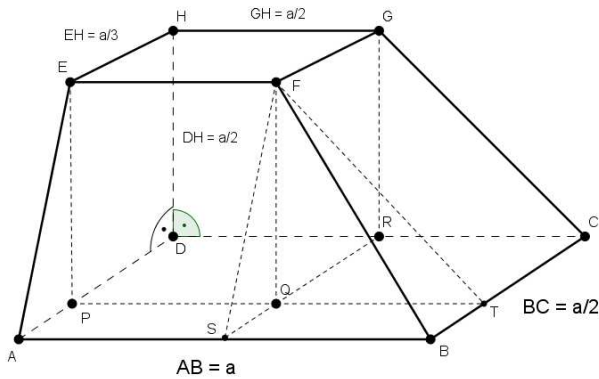
Economy  $x \cdot 74\% = 74 \cdot x\%$

Insgesamt sollen  $2\% + 13.75\% + 74 \cdot x\% = 78\%$  der Plätze belegt sein.

$$74 \cdot x = 62.25$$

$$x = 0.8412 = \underline{84.12\%}$$

12. Beim dargestellten Körper  $ABCDEFGH$  ist die Grundfläche  $ABCD$  ein Rechteck mit den Längen  $AB = a$  und  $BC = \frac{a}{2}$ , die Deckfläche  $EFGH$  ist ein Rechteck mit  $GH = \frac{a}{2}$  und  $EH = \frac{a}{3}$ . Die Höhe des Körpers ist  $DH = \frac{a}{2}$ . Der Körper lässt sich in einen Quader, zwei Prismen und eine Pyramide zerlegen, deren Volumen sich einzeln berechnen lassen. Die Summe dieser vier Volumen ergibt das Volumen des gesamten Körpers.



- a) Führe die Volumenberechnung für  $a = 12$  cm aus.  
 b) Gesucht ist eine (möglichst vereinfachte) allgemeine Formel, mit der man aus der Kantenlänge  $a$  das Volumen des Körpers  $ABCDEFGH$  berechnen kann.

a) Quader EFGHDPQR:  $V_1 = GH \cdot EH \cdot DH = 6 \cdot 4 \cdot 6 = 144 \text{ cm}^3$   
 Prisma APESQF:  $V_2 = \frac{1}{2} \cdot AP \cdot PE \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^3$   
 Prisma QTFRCG:  $V_3 = \frac{1}{2} \cdot QT \cdot QF \cdot QR = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4 = 72 \text{ cm}^3$   
 Pyramide SBTQF:  $V_4 = \frac{1}{3} \cdot SB \cdot SQ \cdot QF = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^3$   
 Insgesamt  $V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \underline{276 \text{ cm}^3}$ .

a) Quader EFGHDPQR:  $V_1 = GH \cdot EH \cdot DH = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{12}$

Prisma APESQF:  $V_2 = \frac{1}{2} \cdot AP \cdot PE \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{6} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{48}$

Prisma QTFRCG:  $V_3 = \frac{1}{2} \cdot QT \cdot QF \cdot QR = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3}{24}$

Pyramide SBTQF:  $V_4 = \frac{1}{3} \cdot SB \cdot SQ \cdot QF = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{6} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{72}$

Insgesamt  $V = \frac{a^3}{12} + \frac{a^3}{48} + \frac{a^3}{24} + \frac{a^3}{72} = \frac{12a^3 + 3a^3 + 6a^3 + 2a^3}{144} = \frac{23a^3}{144}$