**Mathematik**
**Aufnahmeprüfung 2023**
**1. Klasse FMS**

KANTONSSCHULE
SCHAFFHAUSEN

Zeit: 2 Stunden
Rechner: TI30/TI34 oder vergleichbare.
Hinweis: Der Lösungsweg soll direkt auf das Aufgabenblatt geschrieben werden.
Er muss nachvollziehbar sein, ansonsten werden keine Teilpunkte vergeben.

| **Aufgabe** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Punktzahl** | 4 | 5 | 3 | 4 | 4 | 5 | 3 | 4 | 4 | 3 | 4 | 5 |

**Mathematik**
**Aufnahmeprüfung 2023**
**1. Klasse FMS**

KANTONSSCHULE
SCHAFFHAUSEN

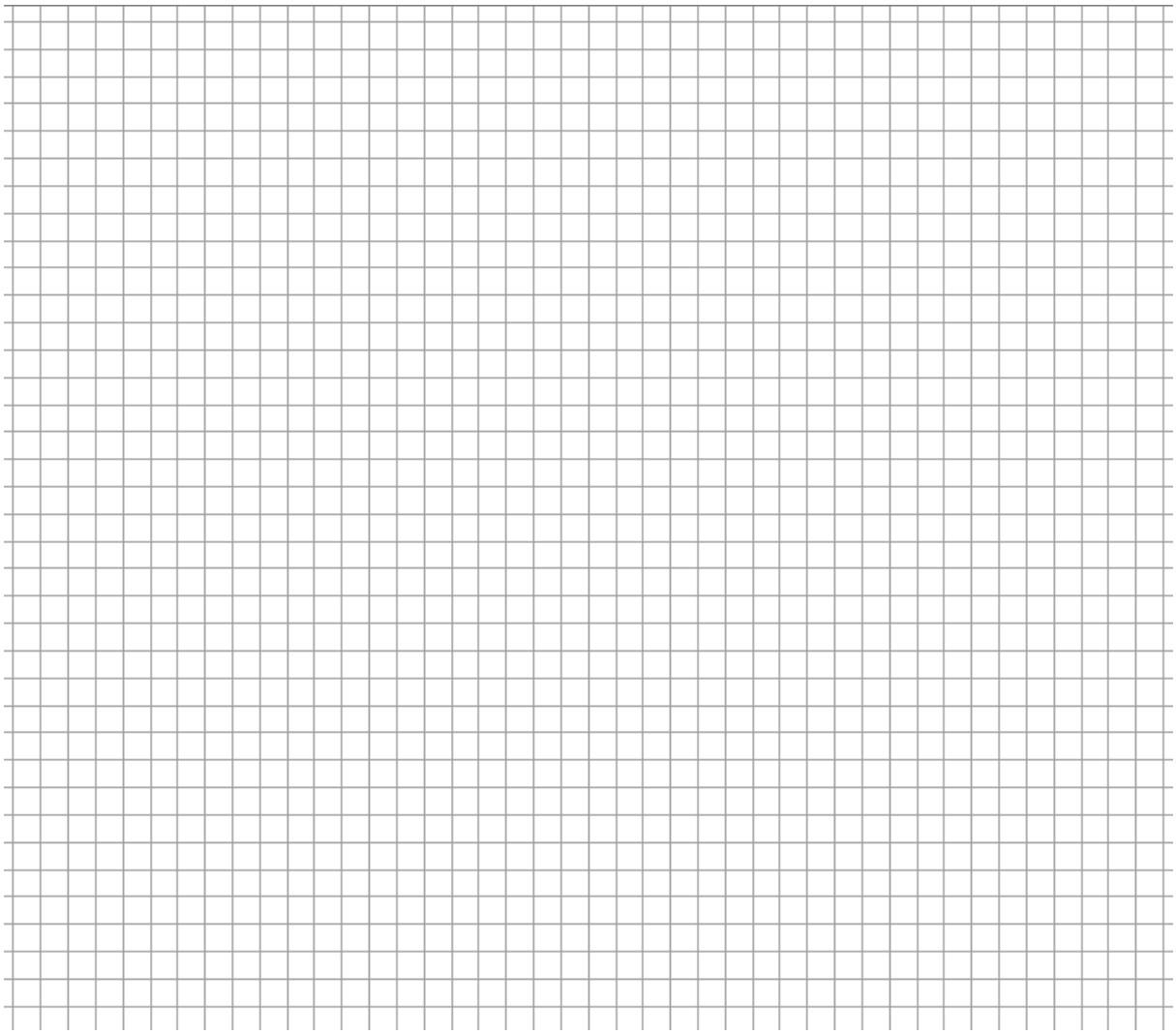
**Vorname:** **Name:**

**Prüfungsklasse:**

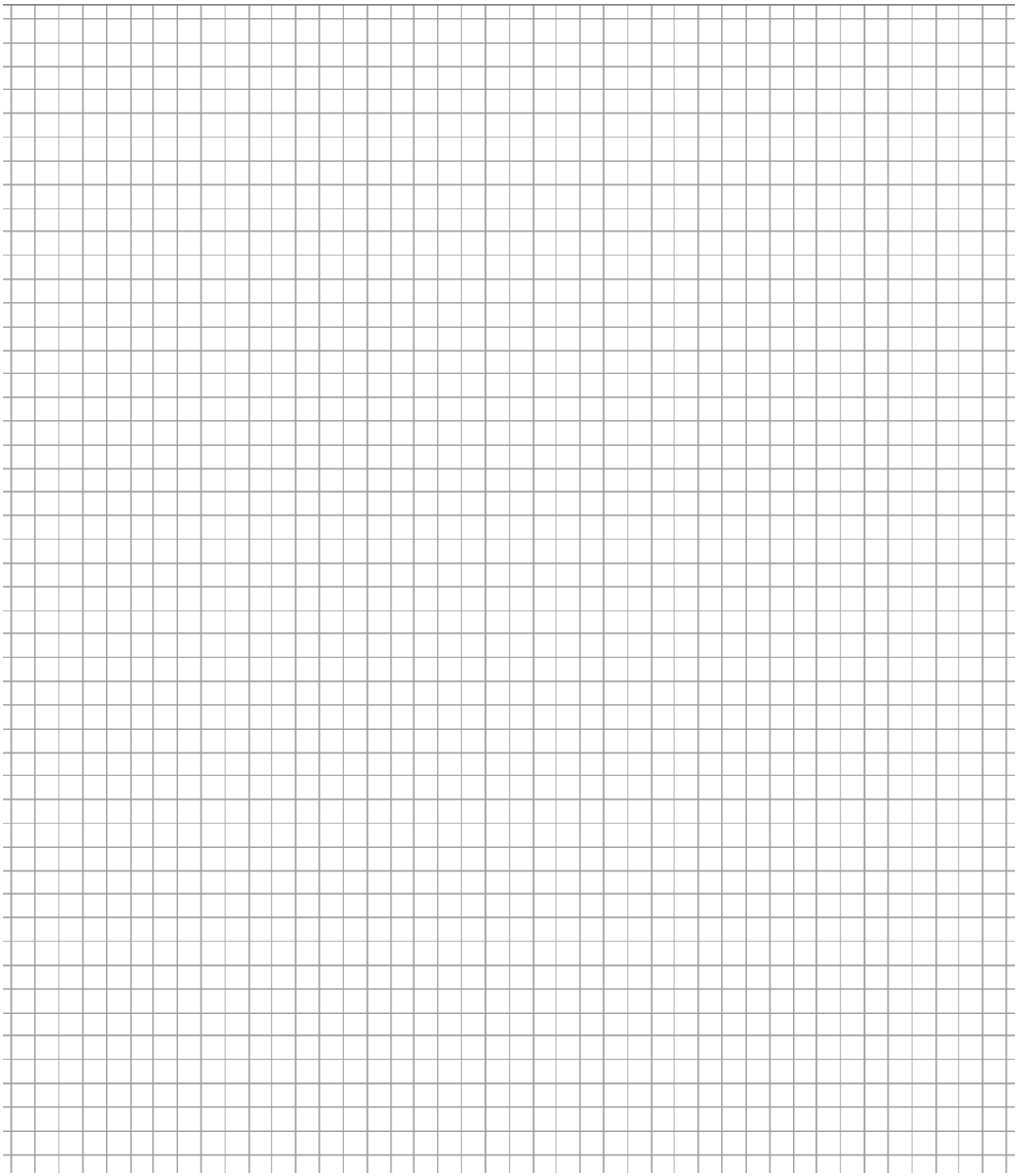
---

1. Löse die Gleichungen nach $x$ auf. Gib die Lösung als ganze Zahl oder als gekürzten Bruch an:

   a) $6x\cdot(x + 2) - (3x - 1)\cdot(2x + 1) = 0$



b) $\frac{19x}{25} - \frac{13x+2}{15} = 2$



2. a) Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich und schreibe das Ergebnis ohne Klammer:

$a\cdot(b - 2a) - b\cdot(a - 2b) + (2a - b)^2$

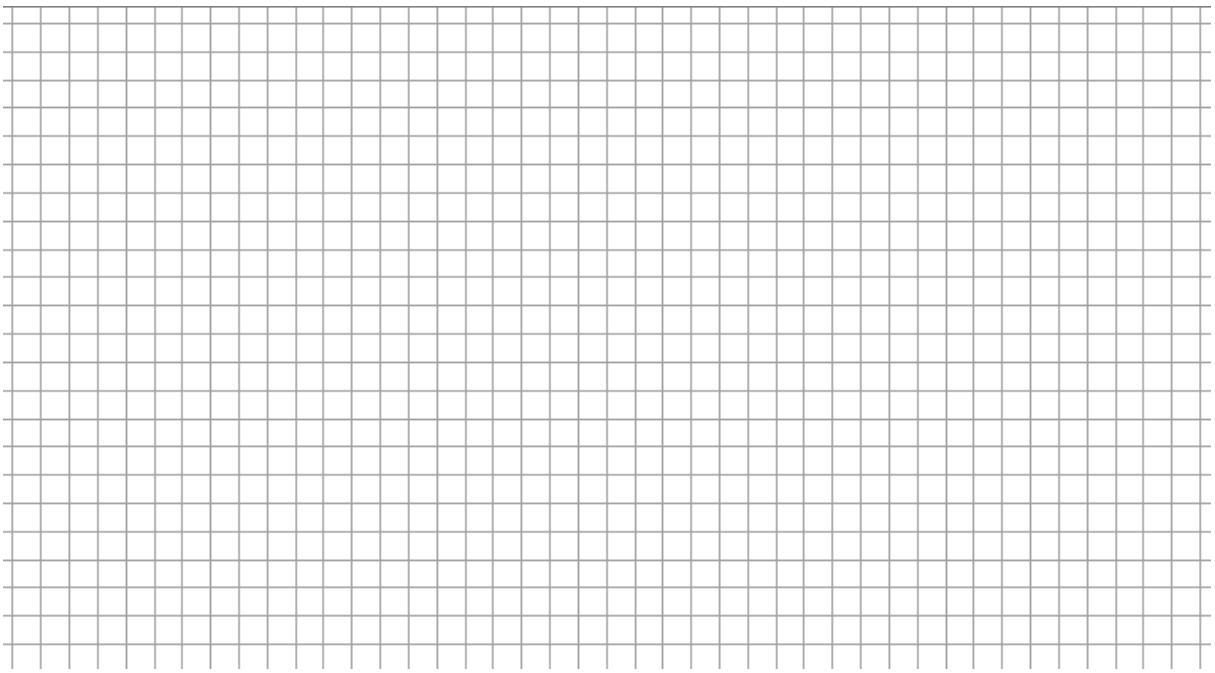
b) Kürze den Term so weit wie möglich:

$$\frac{4rt^4}{(r+s)^2}\cdot\frac{r^2-s^2}{12rst^8}$$

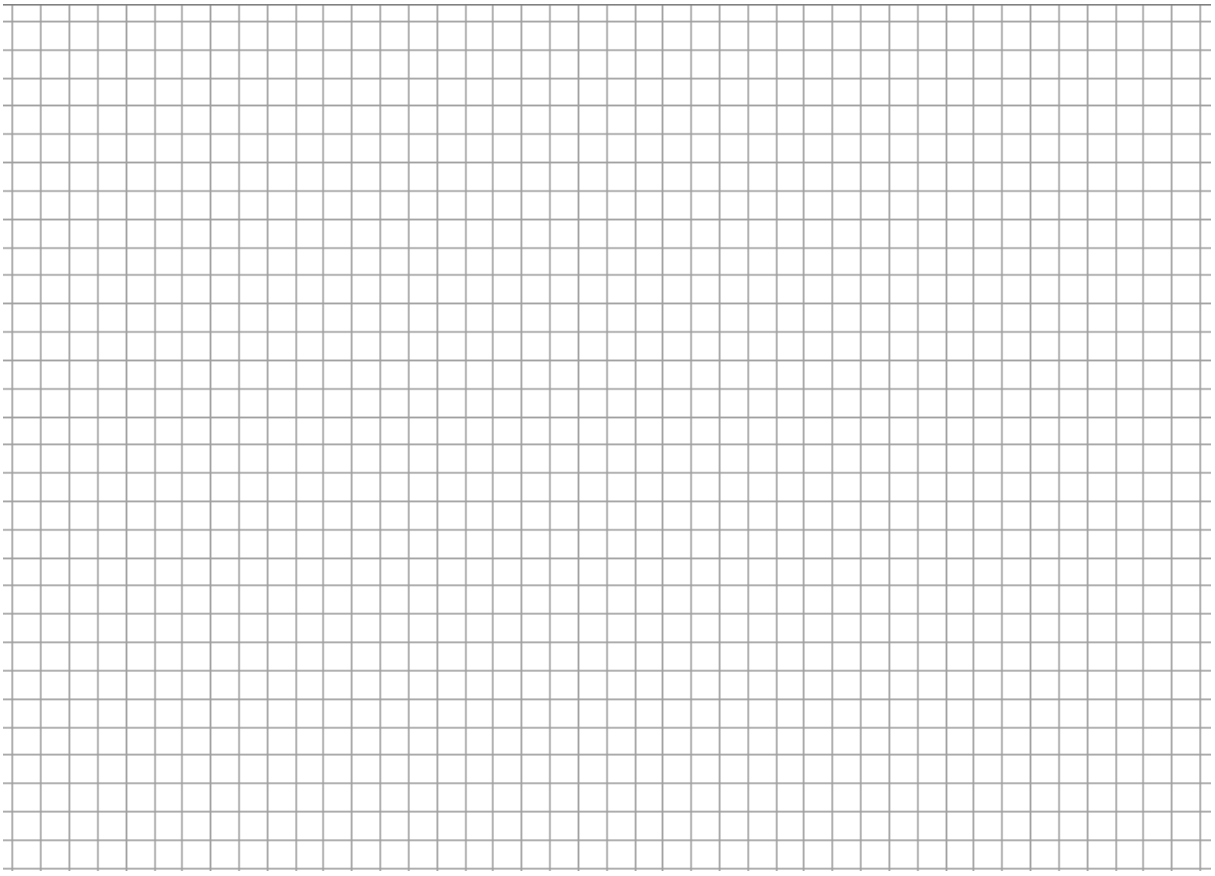
c) Gegeben ist der Term $\frac{h-2r}{3h^2}$

Berechne mit dem Taschenrechner den Wert des Terms für $r = \frac{1}{5}$ und $h = -2$.

3. a) Wie viele Minuten liegen zwischen 7:45 Uhr vormittags und 15:12 Uhr nachmittags?



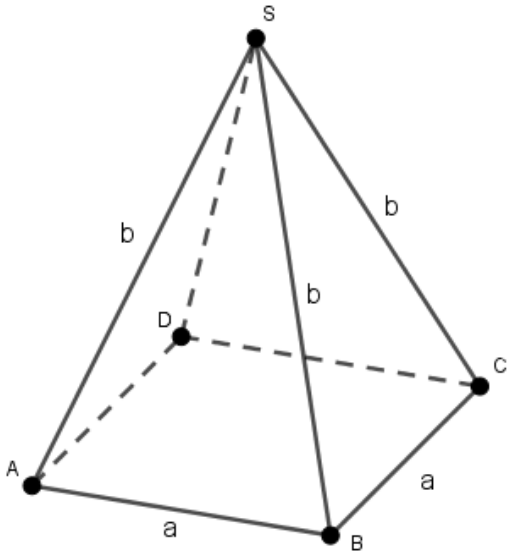
b) 1 $cm^3$ Gold wiegt 19.3 Gramm. Wie viele Tonnen wiegen 8 $m^3$ Gold?



4. Von einer Pyramide *ABCDS* mit quadratischer Grundfläche *ABCD* kennt man die Länge der Grundkante $a = AB = BC = CD = AD = 10$ cm und die Längen der Seitenkanten $b = AS = BS = CS = DS = 13$ cm. Berechne …

   a) … den Flächeninhalt des Seitendreiecks *ABS*.

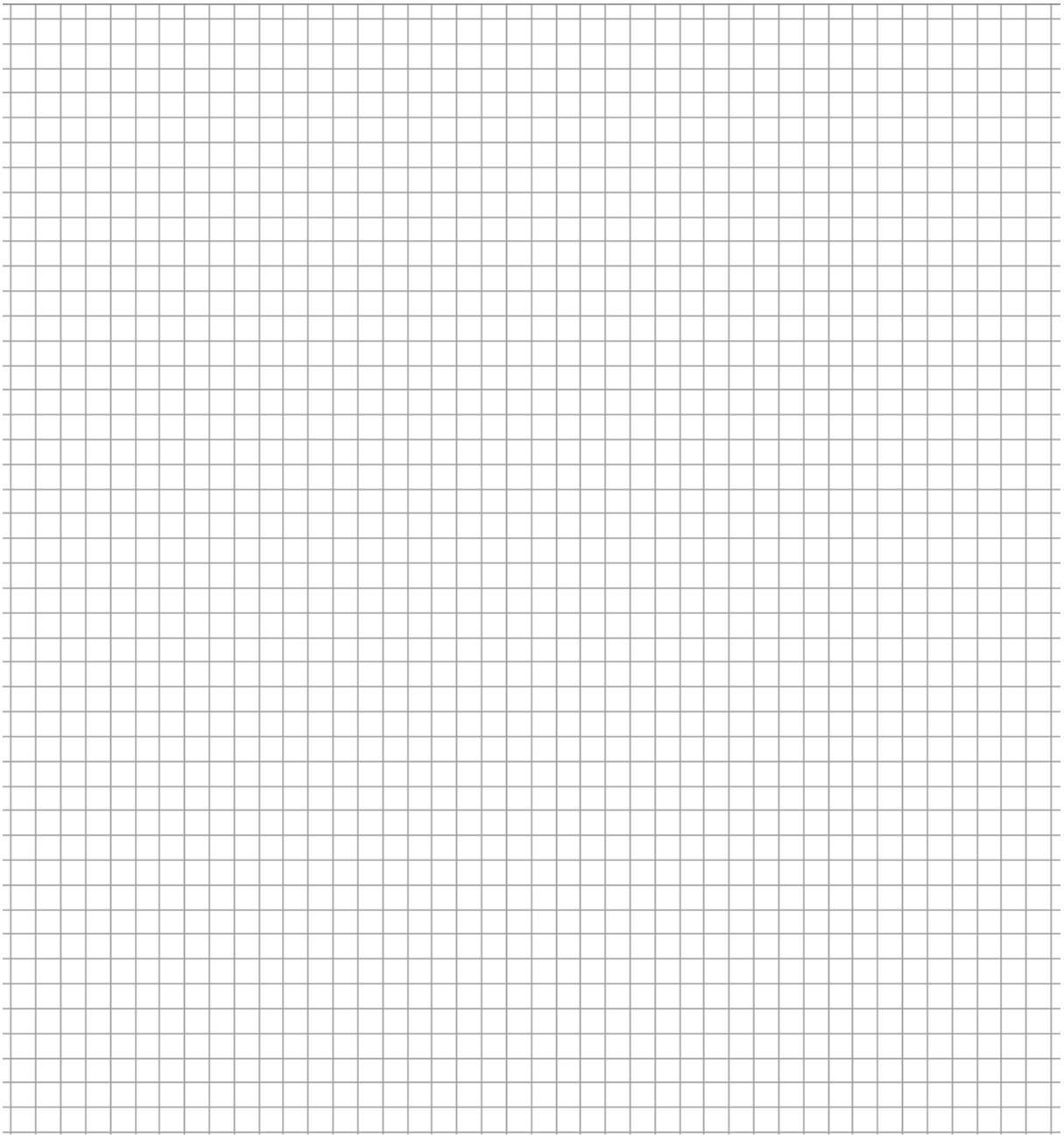
   b) … das Volumen der Pyramide *ABCDS*.



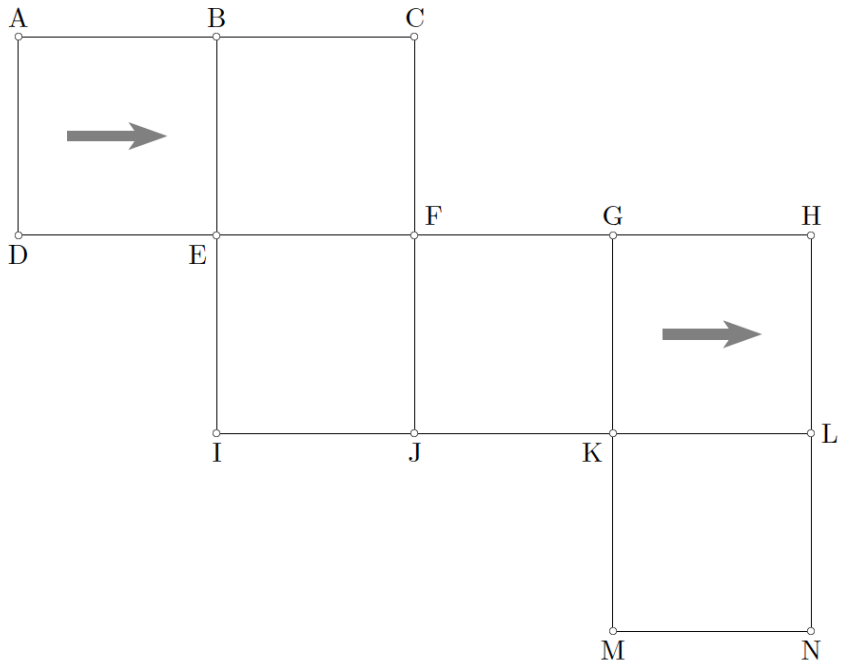
5. Im vergangenen Herbst gelang der Rhätischen Bahn mit der Fahrt des längsten Reisezuges ein Weltrekord.

   a) Insgesamt legte der Zug auf seiner Rekordfahrt eine Strecke von 25.2 km zurück und fuhr dabei durchschnittlich 21.6 km/h. Wie lange (in Minuten) dauerte die Rekordfahrt?

   b) Ein an der Strecke stehender Beobachter hat die Zeit gemessen, wie lange der Zug benötigte, um an ihm vorbeizufahren, d.h. die Zeit von der Vorbeifahrt der Lokomotive bis zum letzten Wagen. Es dauerte 5 Minuten und 18 Sekunden. Wie lang (in Metern) war der Rekordzug? (Durchschnittsgeschwindigkeit bei der Vorbeifahrt wiederum 21.6 km/h)



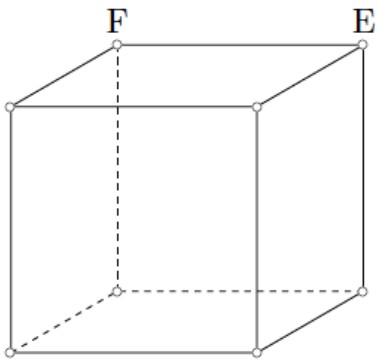
6. Wir betrachten das unten abgebildete Würfelnetz mit den 14 Punkten A bis N. Das Netz wird zu einem Würfel gefaltet.




a) Welcher Punkt kommt mit L zusammen?

b) Welche Punkte kommen mit keinem anderen Punkt zusammen?

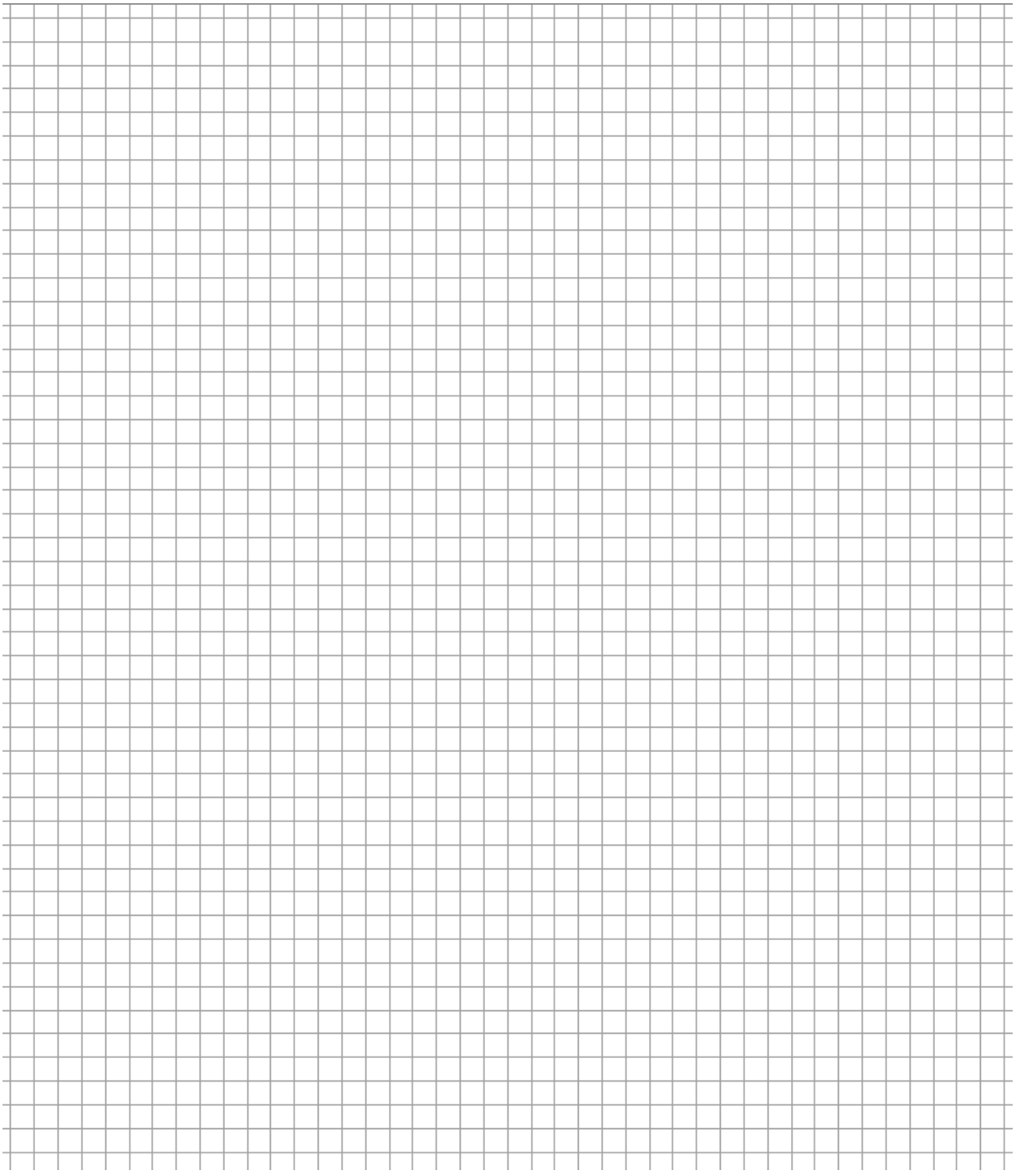
c) Unten ist das Schrägbild des zusammengesetzten Würfels dargestellt, wobei die Position der Punkte E und F vorgegeben ist. Beschrifte die Position des Punktes N und zeichne die beiden Pfeile am richtigen Ort ein.



7. Im Jahr 1900 lebten in einem Dorf 2150 Menschen. Zwischen 1900 und 1960 nahm die Bevölkerung um 22% ab. Im Jahr 2020 lebten in besagtem Dorf 176 Personen weniger als im Jahr 1960. Beantworte die folgenden Fragen und runde das Ergebnis jeweils auf eine Stelle nach dem Komma.

   a) Um wie viel Prozent reduzierte sich die Bevölkerung zwischen 1900 und 2020?

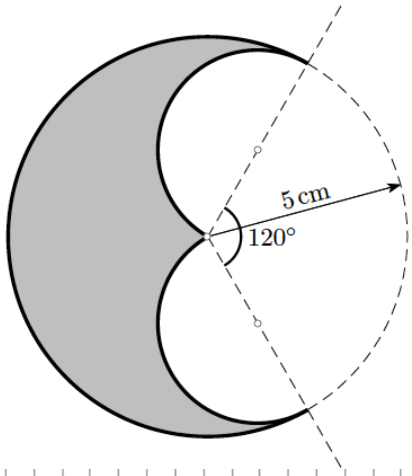
   b) Um wie viel Prozent reduzierte sich die Bevölkerung zwischen 1960 und 2020?



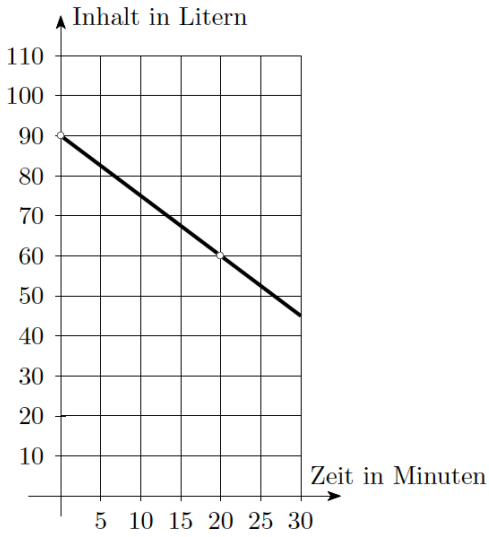
8. Betrachte folgende Figur.

a) Berechne den Inhalt der grauen Figur.

b) Berechne den Umfang der grauen Figur.



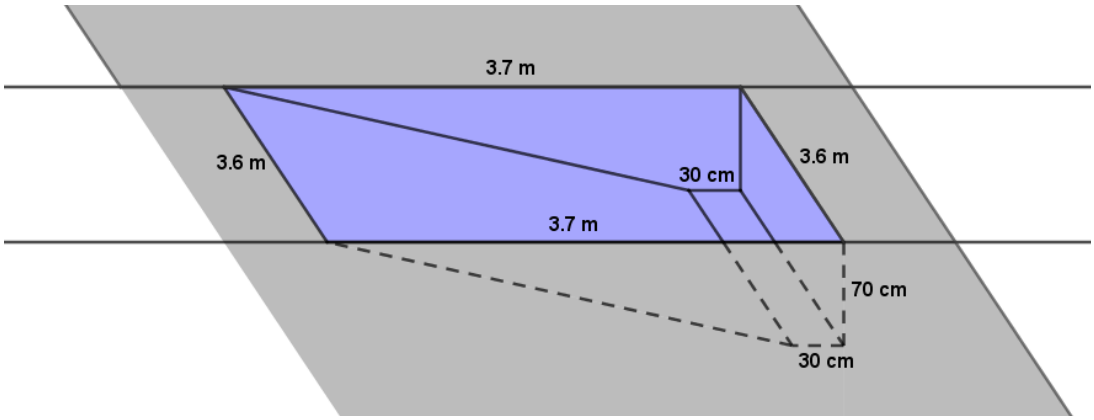
9. Zwei Wassertanks A und B sind vollständig mit Wasser gefüllt und werden nun gleichmässig aber nicht gleich schnell entleert.
Die verbleibende Wassermenge in Tank A wird durch die Gleichung $y = 80 - 3x$ beschrieben. Dabei steht $x$ für die Zeit in Minuten seit Beginn der Leerung und $y$ für die Wassermenge in Litern im Tank.
Die verbleibende Wassermenge in Tank B wird durch folgende Gerade beschrieben:




a) Zeichne den Graphen der zu A gehörenden Funktion in obiges Koordinatensystem.

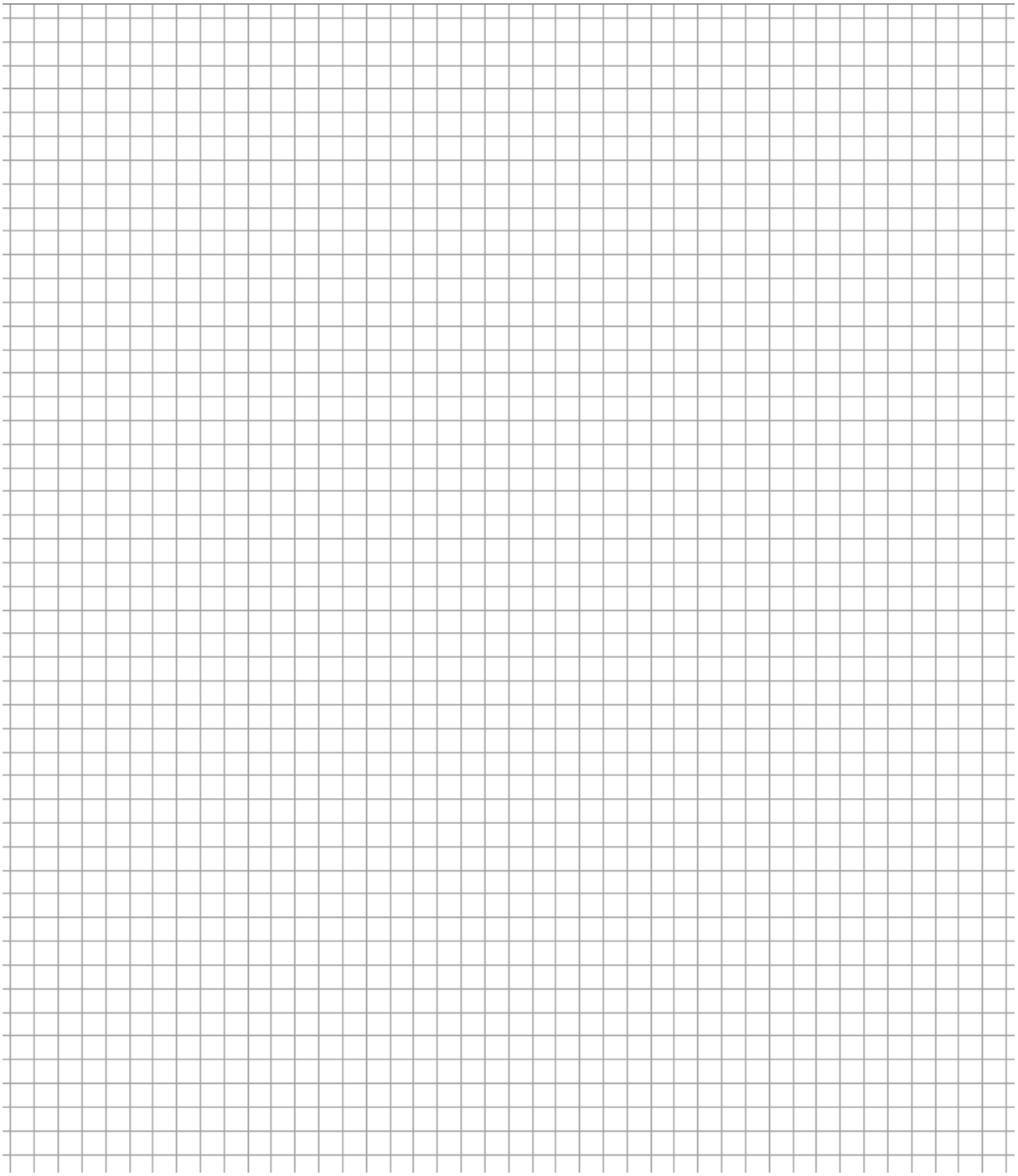
b) Bestimme die Steigung der Geraden von B. Nach welcher Zeit ab Beginn der Leerung ist Tank B leer?

10. In der Leichtathletik müssen die Läuferinnen und Läufer des Hindernislaufes einen Wassergraben überwinden. Der Wassergraben ist 3.7 m lang und 3.6 m breit. An seiner tiefsten Stelle ist er 70 cm tief. Vergleiche dazu auch die Abbildung mit den weiteren Massen.

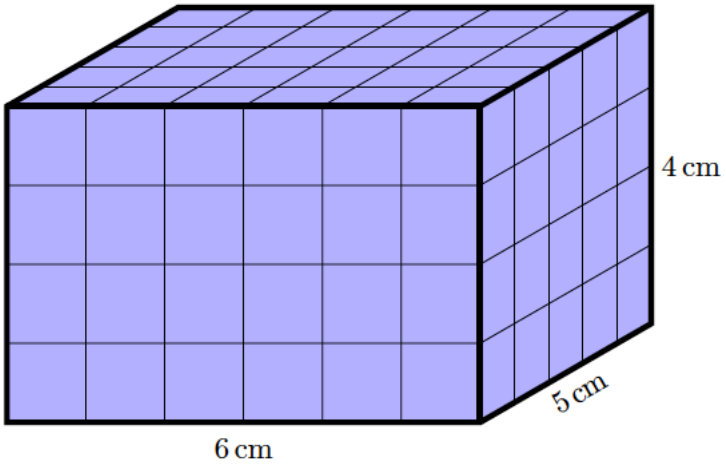



Wie viele Liter fasst der Wassergraben, wenn er randvoll gefüllt ist?

11. In der Kanti-Mensa zahlen Lehrerinnen und Lehrer für das Menü 2.60 Fr. mehr als Schülerinnen und Schüler. An einem Mittag werden 288 Menüs an Schülerinnen und Schüler und 32 Menüs an Lehrerinnen und Lehrer verkauft und dabei insgesamt 3059.20 Fr. eingenommen. Wie viel kostet das Menü für eine Schülerin und wie viel kostet das Menü für einen Lehrer?
Stelle dazu eine Gleichung auf mit der Unbekannten $x$ für den Schülerpreis eines Menüs.



12. Ein blau angemalter Quader aus Holz hat die Kantenlängen 6 cm, 5 cm und 4 cm. Nun wird er in viele Würfelchen der Kantenlänge 1 cm zersägt:




a) Wie viele Würfelchen haben genau eine blaue Seitenfläche?

b) Wie viele Würfelchen haben genau zwei blaue Seitenflächen?

c) Nun sollen alle Würfelchen vollständig blau angemalt werden, wobei die blauen Seitenflächen nicht erneut gefärbt werden. Wie viele Seitenflächen müssen jetzt zusätzlich noch angemalt werden?

d) Die längste Kante sei nun nicht mehr 6 cm lang, sondern $x$ cm lang, wobei $x$ eine natürliche Zahl grösser als 6 ist. Drücke die Anzahl der Würfelchen mit genau zwei blauen Seitenflächen durch einen Term in $x$ aus.

Schaffhausen, 27. März 2023

**Mathematik**
**Aufnahmeprüfung 2023**
**1. Klasse FMS**

KANTONSSCHULE
SCHAFFHAUSEN

# Lösungen

1. Löse die Gleichungen nach $x$ auf. Gib die Lösung als ganze Zahl oder als gekürzten Bruch an:

   a) $6x\cdot(x + 2) - (3x - 1)\cdot(2x + 1) = 0$

$$6x^2 + 12x - 6x^2 - 3x + 2x + 1 = 0$$

$$11x = -1$$

$$x = -\frac{1}{11} \approx -0.091$$

b) $\frac{19x}{25} - \frac{13x+2}{15} = 2 \quad |\cdot 75$

$57x - 5\cdot(13x + 2) = 150$

$57x - 65x - 10 = 150$

$-8x = 160$

$x = -20$

2. a) Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich und schreibe das Ergebnis ohne Klammer:

$a\cdot(b-2a)-b\cdot(a-2b)+(2a-b)^2$

$= ab - 2a^2 - ab + 2b^2 + 4a^2 - 4ab + b^2$

$= 2a^2 - 4ab + 3b^2$

b) Kürze den Term so weit wie möglich:

$$\frac{4rt^4}{(r+s)^2}\cdot\frac{r^2-s^2}{12rst^8}$$

$$= \frac{4r\cancel{t^4}}{(r+s)^{\cancel{2}1}}\cdot\frac{(r-s)\cdot\cancel{(r+s)}}{3\,\cancel{12}rst^{\cancel{8}4}} = \frac{(r-s)}{3st^4(r+s)}$$

c) Gegeben ist der Term $\frac{h-2r}{3h^2}$

Berechne mit dem Taschenrechner den Wert des Terms für $r = \frac{1}{5}$ und $h = -2$

$-0.2$

3. a) Wie viele Minuten liegen zwischen 7:45 Uhr vormittags und 15:12 Uhr nachmittags?

$15 + 7 \cdot 60 + 12 = 447$ Minuten

b) 1 cm³ Gold wiegt 19.3 Gramm. Wie viele Tonnen wiegen 8 m³ Gold?

1 dm³ wiegt 19'300 g = 19.3 kg

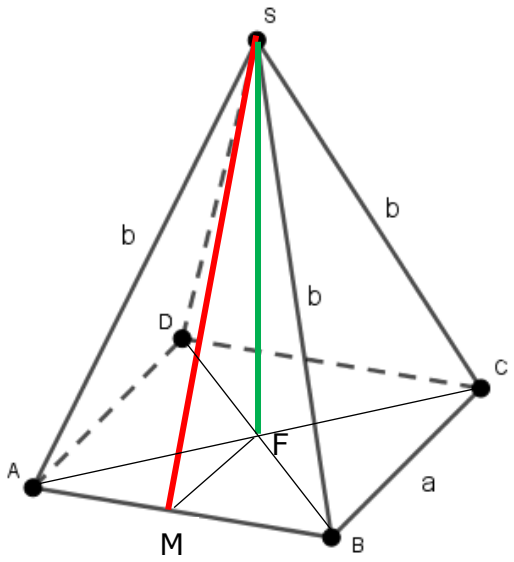
1 m³ wiegt 19'300 kg = 19.3 Tonnen

8 m³ wiegen $8 \cdot 19.3 = 154.4$ Tonnen

4. Von einer Pyramide *ABCDS* mit quadratischer Grundfläche *ABCD* kennt man die Länge der Grundkante $a = AB = BC = CD = AD = 10$ cm und die Längen der Seitenkanten $b = AS = BS = CS = DS = 13$ cm. Berechne …

a) … den Flächeninhalt des Seitendreiecks *ABS*.

b) … das Volumen der Pyramide *ABCDS*.




a) $\Delta AMS$: $MS = \sqrt{AS^2 - AM^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ cm

$A_{\Delta ABS} = ½ \cdot AB \cdot MS = ½ \cdot 10 \cdot 12 = 60$ cm²

b) $\Delta MFS$: $h = FS = \sqrt{MS^2 - FM^2} = \sqrt{12^2 - 5^2} = 10.91$ cm

$V = ⅓ \cdot a^2 \cdot h = ⅓ \cdot 10^2 \cdot 10.91 = 363.67$ cm³

5. Im vergangenen Herbst gelang der Rhätischen Bahn mit der Fahrt des längsten Reisezuges ein Weltrekord.

   a) Insgesamt legte der Zug auf seiner Rekordfahrt eine Strecke von 25.2 km zurück und fuhr dabei durchschnittlich 21.6 km/h. Wie lange (in Minuten) dauerte die Rekordfahrt?

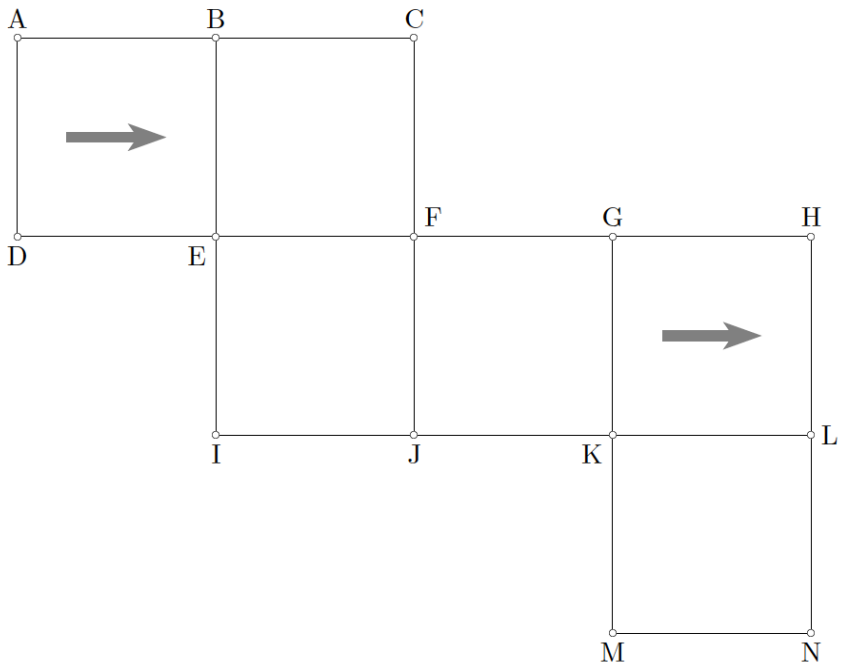
   b) Ein an der Strecke stehender Beobachter hat die Zeit gemessen, wie lange der Zug benötigte, um an ihm vorbeizufahren, d.h. die Zeit von der Vorbeifahrt der Lokomotive bis zum letzten Wagen. Es dauerte 5 Minuten und 18 Sekunden. Wie lang (in Metern) war der Rekordzug? (Durchschnittsgeschwindigkeit bei der Vorbeifahrt wiederum 21.6 km/h)

a) $t = \frac{s}{v} = \frac{25.2\ km}{21.6\ km/h} = 1.167$ Stunden = 70 Minuten

b) 21.6 km/h = 6 m/s; 5 Min 18s = 318 s

$s = v \cdot t = 6 \cdot 318 = 1908$ Meter

6. Wir betrachten das unten abgebildete Würfelnetz mit den 14 Punkten A bis N. Das Netz wird zu einem Würfel gefaltet.

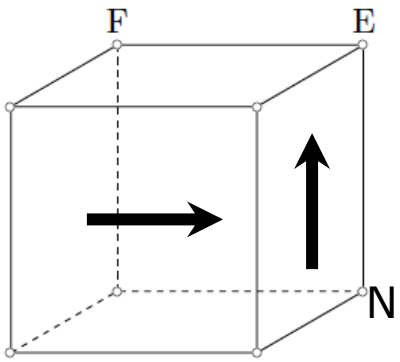


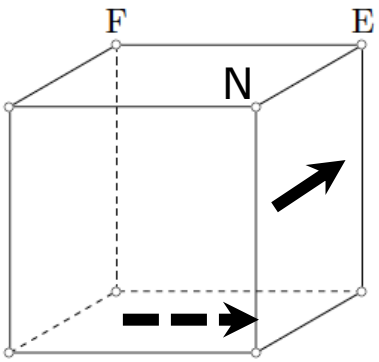

a) Welcher Punkt kommt mit L zusammen? A

b) Welche Punkte kommen mit keinem anderen Punkt zusammen? E, F, K

c) Unten ist das Schrägbild des zusammengesetzten Würfels dargestellt, wobei die Position der Punkte E und F vorgegeben ist. Beschrifte die Position des Punktes N und zeichne die beiden Pfeile am richtigen Ort ein.

2 mögliche Lösungen bei c) (es muss nur eine gefunden werden)




Der Pfeil auf der Grundfläche muss nicht gestrichtelt sein...

7. Im Jahr 1900 lebten in einem Dorf 2150 Menschen. Zwischen 1900 und 1960 nahm die Bevölkerung um 22% ab. Im Jahr 2020 lebten in besagtem Dorf 176 Personen weniger als im Jahr 1960. Beantworte die folgenden Fragen und runde das Ergebnis jeweils auf eine Stelle nach dem Komma.

   a) Um wie viel Prozent reduzierte sich die Bevölkerung zwischen 1900 und 2020?

   b) Um wie viel Prozent reduzierte sich die Bevölkerung zwischen 1960 und 2020?

22%·2150 = 473

Im Jahr 1960 lebten im Dorf 2150 – 473 = 1677 Personen.

Im Jahr 2020 lebten im Dorf 1677 – 176 = 1501 Personen

a) Zwischen 1900 und 2020 649 Personen weniger.

649/2150·100% = 30.19% weniger

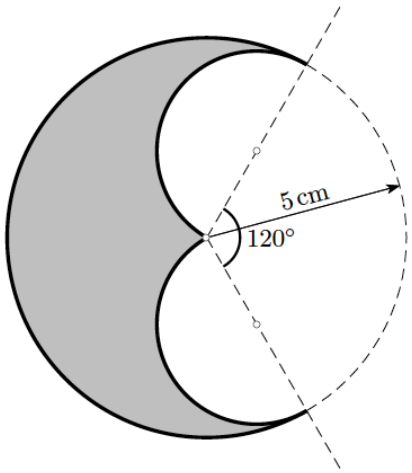
b) Zwischen 1960 und 2020 176 Personen weniger.

176/1677·100% = 10.49% weniger

8. Betrachte folgende Figur.

a) Berechne den Inhalt der grauen Figur.

b) Berechne den Umfang der grauen Figur.



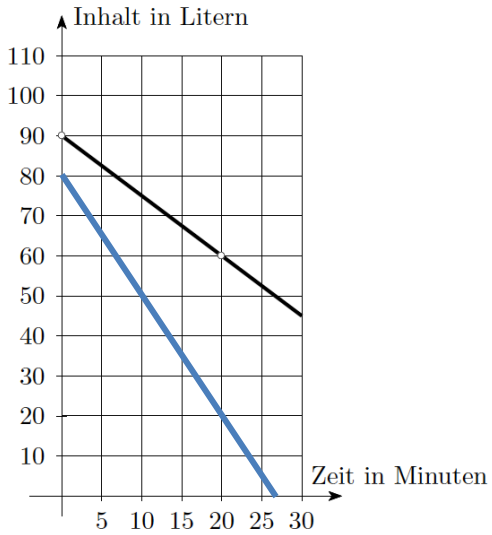

a) A = Kreissektor mit 240° − kleiner Kreis

$A = \pi \cdot 5^2/3 \cdot 2 - \pi \cdot 2.5^2 = 52.36\ cm^2 - 19.36\ cm^2 = 32.72\ cm^2$

b) U = Kreisbogen mit 240° + kleiner Kreis

$U = 2\pi \cdot 5/3 \cdot 2 + 2\pi \cdot 2.5 = 20.94\ cm + 15.71\ cm = 36.65\ cm$

9. Zwei Wassertanks A und B sind vollständig mit Wasser gefüllt und werden nun gleichmässig aber nicht gleich schnell entleert.
Die verbleibende Wassermenge in Tank A wird durch die Gleichung $y = 80 - 3x$ beschrieben. Dabei steht $x$ für die Zeit in Minuten seit Beginn der Leerung und $y$ für die Wassermenge in Litern im Tank.
Die verbleibende Wassermenge in Tank B wird durch folgende Gerade beschrieben:



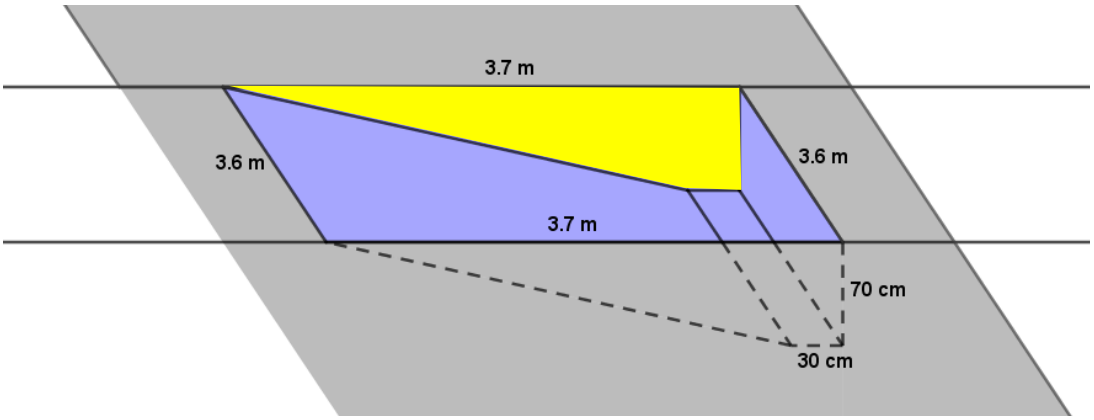

a) Zeichne den Graphen der zu A gehörenden Funktion in obiges Koordinatensystem.

b) Bestimme die Steigung der Geraden von B. Nach welcher Zeit ab Beginn der Leerung ist Tank B leer?

Steigung -30/20 = −1.5 (Liter/min)

90/1.5 = 60 Minuten

10. In der Leichtathletik müssen die Läuferinnen und Läufer des Hindernislaufes einen Wassergraben überwinden. Der Wassergraben ist 3.7 m lang und 3.6 m breit. An seiner tiefsten Stelle ist er 70 cm tief. Vergleiche dazu auch die Abbildung mit den weiteren Massen.




Wie viele Liter fasst der Wassergraben, wenn er randvoll gefüllt ist?

Wassergraben ist Prisma mit Trapez als Grundfläche

$A_{Trapez} = ½ \cdot (3.7 + 0.3) \cdot 0.7 = 2 \cdot 0.7 = 1.4\ m^2$

$V = 1.4 \cdot 3.6 = 5.04\ m^3 = 5040$ Liter

11. In der Kanti-Mensa zahlen Lehrerinnen und Lehrer für das Menü 2.60 Fr. mehr als Schülerinnen und Schüler. An einem Mittag werden 288 Menüs an Schülerinnen und Schüler und 32 Menüs an Lehrerinnen und Lehrer verkauft und dabei insgesamt 3059.20 Fr. eingenommen. Wie viel kostet das Menü für eine Schülerin und wie viel kostet das Menü für einen Lehrer?
Stelle dazu eine Gleichung auf mit der Unbekannten *x* für den Schülerpreis eines Menüs.

Schülerpreis für das Menü: $x$

Lehrerpreis für das Menü: $x + 2.60$

Einnahmen durch alle Schüler/innen: $288 \cdot x$

Einnahmen durch alle Lehrer/innen: $32 \cdot (x + 2.60)$

Einnahmen insgesamt:

$$288x + 32 \cdot (x + 2.60) = 3059.20$$

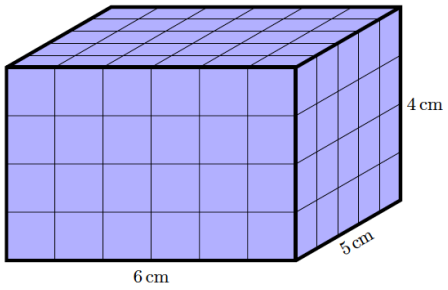
$$288x + 32x + 83.20 = 3059.20$$

$$320x = 2976$$

$$x = 9.30$$

Das Menü kostet für eine Schülerin 9.30 Fr. und für einen Lehrer 11.90 Fr.

12. Ein blau angemalter Quader aus Holz hat die Kantenlängen 6 cm, 5 cm und 4 cm. Nun wird er in viele Würfelchen der Kantenlänge 1 cm zersägt:




a) Wie viele Würfelchen haben genau eine blaue Seitenfläche?

$2 \cdot 8 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 12 = 52$

b) Wie viele Würfelchen haben genau zwei blaue Seitenflächen?

$4 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 36$

c) Nun sollen alle Würfelchen vollständig blau angemalt werden, wobei die blauen Seitenflächen nicht erneut gefärbt werden. Wie viele Seitenflächen müssen jetzt zusätzlich noch angemalt werden?

120 Würfelchen mit je 6 Seitenflächen = 720 Flächen
8 Ecksteine mit 3 blauen Seitenflächen.
Es sind bereits $52 \cdot 1 + 36 \cdot 2 + 8 \cdot 3 = 148$ Seitenflächen blau
Es fehlen noch 572 Seitenflächen

Variante:
$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ Würfelchen ohne blaue Seite (die inneren)
52 Würfelchen mit einer blauen Seite
36 Würfelchen mit zwei blauen Seiten
8 Würfelchen mit drei blauen Seiten (in den Ecken)
$24 \cdot 6 + 52 \cdot 5 + 36 \cdot 4 + 8 \cdot 3 = 572$ Flächen ohne Farbe

d) Die längste Kante sei nun nicht mehr 6 cm lang, sondern $x$ cm lang, wobei $x$ eine natürliche Zahl grösser als 6 ist. Drücke die Anzahl der Würfelchen mit genau zwei blauen Seitenflächen durch einen Term in $x$ aus.

$4 \cdot (x-2) + 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 4x - 8 + 8 + 12 = 4x + 12$

# Notenskala Aufnahmeprüfung FMS

für 45 Punkte gab es die ungerundete Note 6, für 0 Punkte die ungerundete Note 1, dazwischen linear auf halbe Noten gerundet.